REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ECOLE NORMALE SUPERIEURE, VIEUX-KOUBA, ALGER
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

THESE

Pour l'obtention du grade de

Docteur en Sciences

Spécialité : MATHEMATIQUES

Option : THEORIE ALGEBRIQUE DES GRAPHES

Présentée par

Mohamed Elamine Talbi

Intitulé de la thèse

Théories de l'homotopie et de l'homologie des graphes
Cycles hamiltoniens des sphères graphiques et leurs orbites

Soutenue publiquement le 07 / 12 /2013

Devant le Jury composé de :

M. A. Derbal	Professeur à l'ENS, Vieux-Kouba, Alger	Président
M. R. Benzine	Professeur à l'Université d'Annaba	Examinateur
M. Y. Laskri	Professeur à l'Université Badji Mokhtar, Annaba	Examinateur
M. A. Zeghib	Directeur de Recherches, CNRS, ENS-Lyon	Examinateur
M. D. Benayat	Professeur à l'ENS, Vieux-Kouba, Alger	Directeur de thèse

Contents

ملخص الأطروحة

هذا العمل يدخل تحت نطاق أوسع لعمل المشرف في إطار المشكلة المركزية في الطوبولوجيا الجبرية، لحساب زمر الهوموتوبي للكرات، عمله يستند على افتراض التكافؤ الهوموتوبي و الهومولوجي للكرات الطوبوغرافية و الكرات البيانية المعرفة في هذه الأطروحة. للقيام بذلك، نحتاج إلى نظريات كاملة للهوموتوبي و الهومولوجي للبيانات.
هذا هو موضوع هذه الأطروحة و التي تتكون من أربعة أجزاء.

الجزء الأول : نضع المعطيات اللازمة للعمل، بما في ذلك تعريف الكرات البيانية S^n.
نحدد مفاهيم تعليق البيان، حاصل بيان مع بيان جزئي والمجموع المدمج للبيانات ونبين أنه جداء في فئة البيانات.
والأهم هو أن التطبيقات المولدة بواسطة هذه المنشآت هي تشاكل بيانات.

الجزء الثاني : نظرية هوموتوبي البيانات ترجع إلى عام 1976 وتقتصر على الهوموتوبي المطلقة $\Pi_k\left(X,x_0\right)$، وقد إستكمالنا بناء النظرية من خلال تحديد النظرية النسبية $\Pi_k\left(X,A,x_0\right)$، وتبين وجود متتالية دقيقة طويلة مرفقة لأي زوج من البيانات .
كما نقدم مفهوم الليف البياني $F \hookrightarrow X \to B$، ونثبت نظرية رفع الهوموتوبي الملخصة في الرسم البياني التالي:

$$\begin{tikzcd} I_m \times \{0\} \arrow[r, "\omega"] \arrow[d] & X \arrow[d, "p"] \\ I_m \times I_q \arrow[r, "\Phi"] \arrow[ur, dashed, "F"] & B \end{tikzcd}$$

الجزء الثالث : نطور نظرية كاملة لهومولوجية البيانات ونبرهن خصائصها الأساسية : (functoriality)، الثبات الهومولوجي، المتتالية الدقيقة المرفقة لزوج متستند، نظرية الاكسيزين ، تعليق التماثل. كما أن تطبيق هذه المفاهيم على الكرات S^n يعطي نتائج منها :

$$H_k\left(S^n\right) \approx \begin{cases} \mathbb{Z} & k=n \\ 0 & k \neq n \end{cases}$$

هذا يدل على أن الهومولوجية قادرة على إكتشاف الثقوب ذات البعد n في البيان ، وأيضا أن النظرية هي غير بديهية، ونذكر أن نظرية الهومولوجي العقدية ذات البعد 1 هي دائما بديهية ، أي صفر في أي بعد أكبر من1.

الجزء الرابع (الملحق): هذا القسم يتعلق بالرياضيات التجريبية. عندما لا يمكن تحديد كائن الرياضي (هيكل، علاقة، دالة، الخ ...) فإن التجربة، أي استخدام التكنولوجيا وتكرار العمليات الحسابية، يمكن أن تكشف في بعض الأحيان عن معلومات حول هذا الكائن . لقد كتبنا برنامج *Mathematica* يسمى *cycles[mat,k]* الذي يعطي كل الدورات البسيطة ذات الطول k من بيان معطى بمصفوفته الحصيرة *mat.* الذي يجعل k يساوي عدد رؤوس البيان، وحصلنا على جميع دورات هاملتون إن وجدت.
نعطي دورات هاميلتون من المجالات S^3, S^2, S^1. لا نعطي دورات S^4 لأنها كثيرة جدا.
كذلك البرنامج *orbit[h_]* يعطي مدار الدور *h*بزمرة التذاكل ويسمح ببناء كل المدارات تحت فعل الزمرة لدورات هاملتون.