



La méthode d'homogénéisation pour l'optimisation des formes

MÉMOIRE

présenté et soutenu publiquement

Alger le 04/07/2011

pour l'obtention du titre de

Magister

(spécialité Mathématiques Appliquées)

par

Hassina Kebir

Composition du jury

Président : Mr. A. Mokrane Professeur ENS.

Rapporteur : Mr. H. Haddadou Maître de conférences A E.S.I.

Examineur : Mr. Y. Atik Professeur ENS.

Examineur : Mr. H. Ouazar Professeur ENS.

Table des matières

Résumé

Abstract

Introduction

1

Élasticité linéarisée

1.1	Définitions	8
1.2	Exemples de tenseurs de contraintes	10
1.3	Élasticité linéarisée	14
1.3.1	Le cas général	14
1.3.2	Cas particulier : Loi de Hook	15
1.4	Analyse	16

2

Méthodes d'homogénéisation

2.1	Méthodes d'homogénéisation dans le cas scalaire	20
2.1.1	L'homogénéisation du point de vue mécanique	20
2.1.2	L'homogénéisation du point de vue mathématique	21
2.1.3	Notations et position du problème	21
2.2	Composites laminés séquentiels	24
2.2.1	Laminé simple	24
2.2.2	Laminé séquentiel	25
2.3	Méthodes d'homogénéisation en élasticité linéarisée	26
2.3.1	Notations et position du problème	27
2.3.2	Méthode du développements asymptotiques à deux échelles	29

2.3.3	Méthode des fonctions tests oscillantes	34
2.3.4	Notions de correcteur	37

3

Introduction l'optimisation des formes

3.1	Optimisation paramétrique	40
3.1.1	Optimisation de l'épaisseur d'une membrane	40
3.1.2	Théories d'existence	41
3.2	Optimisation géométrique	43
3.2.1	Optimisation de la forme d'une membrane	43
3.2.2	Existence sous une condition géométrique	44
3.3	Optimisation topologique	45
3.3.1	Pourquoi une topologie ?	46
3.3.2	La convergence des fonctions caractéristiques	47
3.3.3	Problème modèle	47

4

Relaxation du problème l'optimisation de formes
--

4.1	Position du problème	50
4.2	Une formulation relaxatée par homogénéisation	52
4.2.1	Fonctionnelle relaxée	52
4.2.2	Formules de lamination	59
4.2.3	L'ensemble relaxé	65
4.3	Le correcteur du laminé séquentiel homogénéisé	67

Bibliographie	71
----------------------	-----------

Résumé

Dans ce mémoire, nous cherchons à relaxer un problème d'optimisation de formes mal posé, en utilisant des designs généralisés et la théorie de l'homogénéisation. Ce dernier est un problème d'optimisation topologique de forme.

La restriction à la classe des laminés séquentiels des composites autorisés pour les designs généralisés nous permet d'obtenir une relaxation partielle du problème. Pour avoir une formulation utilisable en pratique, nous calculons explicitement les correcteurs des laminés, ainsi que, la fonction-objectif relaxée.

Notre travail s'appuie essentiellement sur l'article de G. Allaire, F. Jouve et H. Mailhot [8].

Mots clés : Optimisations topologique, homogénéisation, composites laminés.

Abstract

In this dissertation, we seek to relax a problem ill exposed of optimization of the form which is by using the generalized design and the theory of homogenization.

This former is a problem of topology optimization of the form.

The restriction to the class of sequential laminated composites authorized for the generalized design allows us to obtain a partial relaxation of the problem.

To get a usable formulation in practice, we calculate explicitly the correctors of the laminated as well as the relaxed objective function. Our work focuses essentially on the article of G. Allaire, F. Jouve, and H. Maillot [8].

Key words: Topology optimization, homogenization, laminated composites.