RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

École Normale Supérieure, Kouba- Alger

Département de Mathématiques

MÉMOIRE

Pour l'obtention du grade de

MAGISTER

SPÉCIALITÉ : **MATHÉMATIQUES**

OPTION : **ANALYSE NON LINÉAIRE**

Présenté par : **Zakaria HAMDI**

Intitulé

Unicité et non unicité de la solution approchée d'un problème quasilinéare elliptique et l'approximation numérique d'une équation intégrale de type Volterra à noyau logarithmique

Soutenu publiquement le 15.07.2010 devant le jury composé de :

Mr. Y. Atik	Professeur	E.N.S-Kouba	Président.
Mr.A. Mokrane	Professeur	E.N.S-Kouba	Examinateur.
Mr. EL.H. Ouazar	Maître de conférence	E.N.S-Kouba	Examinateur.
Mr. A. Choutri	Maître assistant	E.N.S-Kouba	Examinateur.
Mr. M. Bousselsal	Professeur	E.N.S-Kouba	Directeur de thèse

Table des matières

Résumé

Dans la première partie de ce mémoire nous nous intéressons d'abord à l'étude de l'unicité de la solution du problème quasilinéaire elliptique suivant :

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x_i}(a(x,u)\frac{\partial u}{\partial x_i}) = f \quad \text{dans} \quad \Omega, \\ u - g \in H_0^1(\Omega). \end{cases} \tag{1}$$

Ensuite, nous nous intéressons à l'étude de l'unicité de la solution dans le cas discret. Nous approchons le problème (1) par une méthode d'éléments finis P_1 conforme et nous montrons que si le pas du maillage est assez petit le problème discret associé à (1) admet une solution unique. Dans le cas échéant on donne des contres exemples.

Dans la deuxième partie. Nous approchons une équation intégrale de type Volterra à noyau logarithmique par les polynômes de Legendre, on montre un résultat de convergence et on donne des essais numériques.

Abstract

In the first part of this dissertation we are interested in studying the uniqueness of the solution of quasi-linear elliptic problem as follows :

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x_i}(a(x,u)\frac{\partial u}{\partial x_i}) = f \quad \text{in} \quad \Omega, \\ u - g \in H_0^1(\Omega). \end{cases} \tag{1}$$

Then, we are interested in the study of the uniqueness of the solution in the discrete case. We approach the problem (1) by the finite element method and we prove that if the mesh size is small enough then there exists a unique solution the discrete problem associated with (1). In the contrary case we give counterexamples. In the second part. we approximate the solution of Volterra integral equation with logarithmic kernel by Legendre polynomials and we prove a result about convergence and give some numerical tests.

ملخص

في الجزء الأول من هذه المذكرة نهتم بدراسة وحدانية الحل للمسألة الشبه ناقصية التالية :

$$\begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x_i}(a(x,u)\frac{\partial u}{\partial x_i}) = f \quad \text{على} \quad \Omega, \\ u - g \in H_0^1(\Omega). \end{cases} \tag{1}$$

بعد ذلك نهتم بدراسة وحدانية الحل للمسألة في الحالة المتقطعة. نقرب المسألة (1) بطريقة العناصر المتهية P_1 و نبرهن حين تكون خطوة التقسيم صغيرة كفاية أنّ المسألة المقربة المرافقة ل (1) تتمتع بحل وحيد. في حالة العكس نعطي أمثلة مضادة. في الجزء الثاني نقوم بتقريب معادلة تكاملية من صنف $Volterra$ ذات نواة لوغاريثمية بإستعمال كثيرات حدود $Legendre$ ، نبرهن التقارب و نقوم ببعض الإختبارات العددية.