Etude de certaines propriétés des nombres et polynômes de Bernoulli et d'Euler

Laala KHALDI

Table des matières

Introduction

Ce mémoire, consacré à une étude approfondie de l' article d'Emma Lehmer[31] intitulé : "On congruences involving Bernoulli numbers and the quotients of Fermat and Wilson", comporte quatre chapitres.

Les deux premiers chapitres de ce mémoire sont consacrés à des rappels et des compléments utiles à la compréhension de l'article d'Emma Lehmer. Ces compléments et la présentation originale de plusieurs notions concernant certaines propriétés des nombres et polynômes de Bernoulli et d'Euler ou des congruences sont largement inspirés d'un cours de Post Graduation donné par mon Professeur, monsieur Bencherif [6]. Les deux derniers chapitres concernent l'étude de l'article d'Emma Lehmer et l'énoncé de certaines extensions ou généralisations récentes de résulats de cet article.

Le premier chapitre porte plus précisément sur une étude des nombres et polynômes de Bernoulli et d'Euler. Dans ce chapitre, nous commençons par définir les suites de polynômes d'Appell. Nous étudions des propriétés importantes et générales de ces suites de polynômes. Nous définissons ensuite de manière naturelle les suites de polynômes et de nombres de Bernoulli et d'Euler et prouvons que ces deux suites de polynômes sont des suites de polynômes d'Appell. Nous retrouvons ainsi aisément plusieurs propriétés de ces polynômes et nombres de Bernoulli et d'Euler.

Le deuxième chapitre porte sur une étude générale des propriétés des congruences définies dans un groupe commutatif ou dans un anneau commutatif. Nous rappelons les principaux théorèmes d'arithmétique dans l'anneau $\mathbb{Z}$ des entiers. Nous étudions plus particulièrement les propriétés des congruences définies dans l'anneau $\mathbb{Z}_{(p)}$ des p-entiers. Nous démontrons certains résultats célèbres tels que les théorèmes de Wolstenholme, le théorème d'Einseinstein concernant certains nombres harmoniques, le théorème de Von-Staudt et Clausen concernant les nombres de Bernoulli. Nous rappelons les théorèmes des congruences de Kummer concernant les nombres de Bernoulli et les nombres d'Euler.

Le troisième chapitre constitue la partie essentielle de ce mémoire. Ce chapitre est consacré à une étude approfondie du fameux article d'Emma Lehmer. Nous détaillons minutieusement les preuves des nombreux résultats contenus dans cet article en y apportant des compléments et des précisons.

Au quatrième chapitre, nous signalons certaines généralisations et certaines extensions récentes de résultats d'Emma Lehmer.

Nous concluons enfin notre mémoire en rappelant toutes les perspectives intéressantes de recherche qu'offrent les généralisations et les extensions possibles de certains résultats de l'article d'Emma Lehmer.