

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

École Normale Supérieure, Kouba-Alger



Département de Mathématiques

MÉMOIRE

Pour l'obtention du grade de

MAGISTER

SPÉCIALITÉ : MATHÉMATIQUES

OPTION : EDP NON LINÉAIRE

PRÉSENTÉ PAR : BOUADJILA KHALED

Intitulé

LES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES A DENSITE VARIABLE

Soutenu publiquement le 11-02-2010 à L'ENS-Kouba devant le jury composé de

Mr. Youcef Atik

Mr. El-Hacène Ouazar

Mr. Mahmoud Bousalsal

Mr. A. El-Hafid Mokrane

Professeur, ENS-Kouba

Maître de conférence, ENS-Kouba

Professeur, ENS-Kouba

Professeur, ENS-Kouba

Président

Promoteur

Examineur

Examineur

Table des matières

Introduction	3
0.1 Commentaire	3
0.1.1 Historique	3
0.1.2 Cinématique	4
0.1.3 La masse, la quantité de mouvement	9
0.1.4 Le tenseur des contraintes	12
0.2 Le plan du travail (Basé sur l'article [15])	17
0.3 Quelques rappels d'analyse fonctionnelle	20
0.3.1 Notations et espaces usuels	20
0.4 Caractérisation des espaces fonctionnels à divergence nulle	24
0.5 Espaces de Bochner	25
0.6 Quelques résultats pour les équations de Navier-Stokes	27
0.6.1 Le problème de Navier-Stokes stationnaire	27
0.6.2 Le problème de Navier-Stokes non-stationnaire	28
0.6.3 Sur les fluides visqueux incompressibles et non homogènes	29
0.7 Quelques lemmes utiles	30
1 Equation de transport	32
1.1 Existence et unicité	33
1.2 La continuité de l'application $z \mapsto \rho$	42

2	L'existence et l'unicité de solution régulière	48
2.1	Existence et unicité	49
2.1.1	Quelques résultats auxiliaires	49
2.1.2	Existence et unicité de solution régulière	70
3	Existence de solution locale et globale.	79
3.1	Existence locale	80
3.2	Existence globale	84
4	Annexe	86
4.1	L'estimation de $\ \nabla(y_1(0) - y_2(0))\ _{L^\infty(Q_t)^9}$	86
4.2	Problème auxiliaire	88
4.3	Quelques inégalités utiles	96
4.4	Application linéaire compacte	97
	Bibliographie	100

ملخص

نقترح دراسة معادلة من معادلات نافي ستوكس ذات الكثافة المتغيرة. نعتبر تدفق مائع لزج غير متجانس وغير ضغوط معروف في الزمن الابتدائي. نهدف من خلال هذا العمل إلى إثبات وجود حل محلي قوي و صقول و ذلك إذا كان الميدان صقولا بالقدر الكافي، الذي يكون حلا كليا من أجل المعطيات الصغيرة الصقولة.

Résumé

Dans ce travail on s'intéresse à une équation de Navier-Stokes à densité variable et pour ça nous considérons l'écoulement d'un fluide visqueux non homogène incompressible qu'il est connu au temps initial. Notre but est de prouver, si le domaine est suffisamment régulier, qu'il existe une solution locale forte régulière qu'il est globale pour les petites données régulières.

Abstract

In this work we are interested in a variable density Navier-Stokes equation. We consider the flow of non homogeneous viscous incompressible fluid which is known at an initial time. Our purpose is to prove that, when the domain is smooth enough, there exists a local strong regular solution, which is global for small regular data.