République Algérienne Démocratique et Populaire
Ecole Normale Supérieure
Kouba-Alger

THESE

Présentée pour l'obtention du grade de :
MAGISTER EN MATHEMATIQUES

Option : Equations aux Dérivées Partielles

Par
DEBBA MOSTEFA

Sujet

Etude d'un problème parabolique dans un domaine plan non régulier (non rectangulaire)

Directeur de thèse : B.K. Sadallah

Soutenue le : 20 / 05 /2002
Devant le jury composé de :

M. S. Mouley	professeur (USTHB)	**Président**
Y. Atik	professeur (ENS –Alger)	**Examinateur**
A. Mokrane	Maître de conférences (ENS –Alger)	**Examinateur**
B.K. Sadallah	Maître de conférences (ENS –Alger)	**Rapporteur**

Table des Matières

Résumé

Le présent travail se compose de deux parties.
Dans la première partie, on présente une description des problèmes aux limites et de quelques méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles. On remarque que lors du passage des domaines réguliers aux domaines non réguliers, certains résultats classiques tombent en défaut.
Un aperçu historique sur les travaux dans les domaines non réguliers nous a paru indispensable et d'un intérêt certain pour saisir la différence entre ces deux types de problèmes.
Dans cet aperçu on a tenté de rassembler certains exemples se rattachant à ce vaste domaine de recherche mathématique.
Dans la seconde partie, on se propose de résoudre un problème parabolique dans un domaine plan non régulier. Plus précisément, on étudie l'existence et l'unicité de la solution du problème de Dirichlet

$$(P)\begin{cases} Lu = f \\ u_{|\Gamma} = 0 \end{cases}$$

posé dans le disque $\Omega = B(0,r),\ r > 0$ de IR^2 décrit par les variables t et x ,
Γ étant la frontière de Ω, où : $L \equiv \frac{\partial}{\partial t} - a(t,x)\frac{\partial^2}{\partial x^2} + b(t,x)\frac{\partial}{\partial x} + c(t,x)\, Id$,
avec a,b,c des fonctions ayant une certaine régularité et $f \in L^2(\Omega)$ donnée.
On démontre que le problème (P) admet une solution unique dans
$H^{1,2}(\Omega) \cap H_0^1(\Omega)$,
Où

$$H^{1,2}(\Omega) = \left\{ u \in L^2(\Omega) : \frac{\partial u}{\partial t} \in L^2(\Omega),\ \frac{\partial^j u}{\partial x^j} \in L^2(\Omega),\ j = 1,2 \right\}$$

et

$$H_0^1(\Omega) = \left\{ u \in L^2(\Omega) : \nabla u \in \left(L^2(\Omega)\right)^2,\ u_{|\Gamma} = 0 \right\}$$

Notre méthode repose sur une approximation du domaine Ω par des domaines se ramenant à des rectangles par des changements de variables réguliers. Moyennant des estimations a priori, on établit l'existence et l'unicité de la solution du problème (P) dans Ω par le recollement des solutions.

Mots clés : Opérateur parabolique, domaine non régulier, espace de Sobolev anisotrope $H^{1,2}(\Omega)$.