*A dissertation submitted in fulfillment of the requirements for the degree of*

## *MAGISTER*

*IN ECOLE NORMALE SUPERIEURE-KOUBA ALGIERS*

*PHYSICS DEPARTMENT*

*MAJOR: THEORETICAL AND STATISTICAL PHYSICS OF FIELDS AND PARTICLES*


*PRESENTED BY:* *SUPERVISOR:*

*Mr. Kaddour CHELABI* *Dr. Smain KOUADIK*


# *2+1-CHERN-SIMONS THEORY IN COMMUTATIVE AND NONCOMMUTATIVE MOYAL SPACE*

***EXAMINING COMMITTEE:***

*Mr. Djilali BENAYATE (Pr. Ecole Normale Supérieure, Algier)……..…President*

*Mr. Noureddine BOUAYED (MCA. Saad Dahlab University, Blida)…….Examiner*

*Mss. Karima BOUAKAZ (MCA. Ecole Normale Supérieure, Algiers)…….Examiner*

*Mr. Smain KOUADIK (MCA. Yahiya Fares University, Médéa)…….Supervisor*

*2010/2011*

# Contents


## Introduction.

**Chapter One:** Chern-Simons Theory, Formulation and Quantization

1-1- Abelian Chern-Simons Theory……..06

1-1-1- Canonical Quantization on Weyl Gauge……...07

1-2- Nonabelian Chern-Simons Theory……09

1-2-1- Weyl Gauge Quantization……..10

**Chapter Two:** Perturbative Chern-Simons Theory

2-1- Introduction…….13

2-2- Gauge Fixing Action……...14

2-3- Higher Derivatives Regularization……..16

2-3-1- Superficial Degree of Diagram Divergence……..…...17

2-4- Pauli-Villars Regularization……19

2-5- Quantum Corrections at One Loop……..…21

2-5-1- One-Loop Two-Point Function…….…...23

2-5-2- One-Loop Three-Point Functions……....29

**Chapter Three**: Noncommutative Chern-Simons Theory

3-1- Introduction…….34

3-2- Weyl Quantization……..35

3-3- Chern-Simons Action on Noncommutative Moyal Space……..…37

3-3-1- Noncommutative $U(N)$ Symmetry Group……...…37

3-3-2- Chern-Simons Action……..……....39

3-4- Perturbative Noncommutative Chern-Simons Theory……..…….40

3-4-1- BRST-Symmetry……40

3-4-2- Linear Vector Supersymmetry…….....41

3-4-3-Ward Identities at The Tree Level ……..……..……..42

3-4-4- Feynman Rules of The Model……43

3-4-5- One Loop Two Point Functions ….……..…..…….44

3-4-5-1- The Gluon Two-Point Functions……..44

3-4-5-2- The Ghost Contributions…… ……....47

3-5-Three Point Functions……..48

3-6- Finiteness at Two-Loop Level……49

3-7- Langmann-Szabo Duality and Chern-Simons Theory……....50

3-8- Modified Chern-Simons Action……..52

**Conclusion**

**Appendix.**

**Bibliography.**

## الملخص:

يتمحور عملنا هذا حول نظرية تشارن سايمن في البعد 2+1 (2- فضاء+1- زمان) في الفضاء التبديلي و نظيره اللاتبديلي، مع العلم أن نظرية تشارن سايمن هي نظرية طوبولوجية لأنها لا تتعلق بمترية الفضاء. ينقسم عملنا كما يلي: تطرقنا في الفصل الأول إلى الخاصيتين الابلية و غير الابلية للنظرية في الفضاء التبديلي، بالإضافة إلي تكميم النظرية في بعض المعايير. أما فيما يتعلق بالفصل الثاني فقد تم التطرق من خلاله إلى الدراسة الاضطرابية لنظرية تشارن سايمن أين يتم إضافة حد ثبات العيارية إلى الفعل، و أيضا إعادة تنظيم النظرية بإضافة حقول باولي و المشتقات اللاتغايرية العليا للنظرية، مع العلم انه، هذه الأخيرة هي طريقة كافية لإعادة تنظيم كل نظرية على كل الاضطرابات ماعدا من الرتبة الأولى(حلقة واحدة) التي تحتوي على ثابتة الربط العديمة البعد، كالتي بين أيدينا. أما الفصل الأخير فقد تضمن دراسة النظرية في الفضاء اللاتبديلي للزمرة الواحدية و التي تعتبر كأحد النظريات المدروسة في الفضاء المشوه، و ذلك باستبدال الجداء العادي بنظيره المسمى بجداء موايل، بعدها تطرقنا إلى تكميم وايل للنظرية، أين تكلمنا عن العدد الصحيح في إطار تكميم النظرية، بعدها انتقلنا إلى الدراسة الاضطرابية في الفضاء اللاتبديلي للنظرية، حيث نجد أنها تتميز بنوعين من التناظرات؛ التناظر الفائق الشعاعي و كذلك تناظر بوقوليوبوف-ستورا. يمكننا القول أن نظرية تشارن سايمن الطبولوجية هي عبارة عن نظرية معرفة في حالة القيم اللانهائية للمصفوفة المميزة لفضاء موايل. أخيرا قمنا في الفصل الثالث بدراسة المزيج المسمى المزيج التحت الأحمر- الفوق بنفسجي الذي ه و ميزة عامة لجميع النظريات في الفضاء ال لاتبديلي، حيث قمنا بإضافة حد للاغرانجي النظرية من اجل جعل النظرية منتهية أي قابلة لإعادة التنظيم، وذلك بالمرور على تناظر المسمى بتناظر لانقمان-زابو الذي يسمح لنا بالمرور من الفضاء المباشر إلى نظيره الدفعي. في حقيقة الأمر، هده الأخيرة لا تعمل على إخلاء النظرية من هذا المزيج. قمنا بإعادة بناء النظرية من جديد أين وجدنا أن الحد التفاعلي متغير تحت التناظر السابق لكن الحد الثنائي يحقق التناظر، مما يدل لي انه يمكننا تحقيق إعادة التقنين للنظرية على مستوى جميع الرتب(الحلقات) الاضطرابية التي ما زلنا نعمل عليها.

# Abstract

2+1-Chern-Simon Theory with its two sides; the commutative and the noncommutative one will be the main focus in our work. First of all, we started by an introduction and after we moved to the chapter one, where we dealt whit the commutative side, which contains the abelian and nonabelian Chern Simons theory with their quantization in some gauges.

Then, the second chapter is about the perturbative study of the theory where we added of course the gauge fixing terms to the action, and also we used a mixed regularization which employs high covariant derivatives and Pauli Villars fields. By the way, we know that, as in any gauge theory with dimensionless coupling constant, higher covariant derivatives are enough to regularize all but one-loop contributions; so, at one loop one must supplement the regularization with the introduction of Pauli-Villars massive fields. Finally in the last chapter, we studied the $U(N)$ Chern-Simons on noncommutative $\mathbb{R}^3$ side which is constructed as a $\theta$-deformed field theory. We associated an operator with a classical function of the canonical variables which is called Weyl quantization. As well, passing by the quantization of the theory which the winding number takes a part of it, to the perturbative study of the theory, throughout this, the model is characterized by two symmetries: the BRST-symmetry and the topological vector supersymmetry (VSUSY). Yet, we prove the finiteness of the theory for the one and two-loop levels. We found out that each diagram shows a UV/IR-mixing, in this case we thought that we can use Langmann-Szabo duality in order to make the theory a renormalizable,; where we see the bilinear part is invariant under this symmetry, while, the vertex part is not invariant under this symmetry. Actually, this does not make the theory empty from the mixing. Therefore, we are still working on this, in order to compute the one loop calculations.