الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
الـ مدرسة العليا للأسـ اتذة بالقـ بة ـ الجـ زائـ ر ـ

منكرة ماجستير

قسم:الفيزياء
اختصاص:نظري الحقول في فيزياء الجسيمات الأولية
و الفيزياء الاحصائية

تقديم
أمينة بودفة

العنوان

Two-Loop Perturbative Corrections for Non(anti)commutative $\mathcal{N}$=1/2 Supersymmetric U(N) Gauge Theory

أعضاء لجنة المناقشة

لدرم مجيد	أستاذ	الـ مدرسة العليا للأسـ اتذة بالقـ بة	رئيسا
كواديك سماعين	أستاذ محاضر	المركز الجامعي بالمدية	مشرفا
حشمان محمود	أستاذ محاضر	جامعة هواري بومدين بباب الزوار	ممتحنا
سي لكحل بهية	أستاذة محاضرة	جامعة البليدة	ممتحنة

جوان-2007-

CONTENTS

1 INTRODUCTION 1

2 THE $N = 1$ SUPERSYMMETRY IN NONCOMMUTATIVE SUPERSPACE 6
- 2.1 Generalities : . . . 6
  - 2.1.1 The $\mathcal{N} = 1$ supersymmetry: . . . 8
  - 2.1.2 $\mathcal{N} = 1$ superspace: . . . 9
  - 2.1.3 Superfields- the Wess -Zumino gauge : . . . 12
  - 2.1.4 The Super-Yang-Mills theory : . . . 15
- 2.2 Quantization of $\mathcal{N} = 1$ supersymmetry : . . . 19
  - 2.2.1 General formalism : . . . 20
  - 2.2.2 Gauge fixing and ghosts : . . . 22
  - 2.2.3 Component propagators : . . . 25
  - 2.2.4 ghost propagator: . . . 27
- 2.3 The $\mathcal{N} = 1$ supersymmetry in noncommutative superspace . . . 28
  - 2.3.1 Brief motivations . . . 28
  - 2.3.2 deformed Superspace . . . 30
  - 2.3.3 Moyal-Weyl star products . . . 31
  - 2.3.4 Spontaneous symmetry breaking . . . 36
  - 2.3.5 Scalar Superfields . . . 37
  - 2.3.6 Vector superfields : . . . 39
  - 2.3.7 The properties of $*-$ product : . . . 43

3 QUANTIZATION OF THE $N = \frac{1}{2}$ SUPERSYMMETRY 46
- 3.1 The $\mathcal{N} = \frac{1}{2}$ Supersymmetric Lagrangian in Euclidean superspace 46
- 3.2 The $\mathcal{N} = \frac{1}{2}$ Super-Yang-Mills theory . . . 48
- 3.3 Deformed Feynman rules . . . 50
  - 3.3.1 Feynman rules for gauge theory . . . 50
  - 3.3.2 Feynman rules for ghosts . . . 51
- 3.4 Renormalizability of noncommutative gauge theories with $\mathcal{N} = \frac{1}{2}$ supersymmetry (proof of renormalizability) . . . 54
- 3.5 $\mathcal{N} = \frac{1}{2}$ perturbation theory in components . . . 57
  - 3.5.1 One loop perturbative corrections to C . . . 57
  - 3.5.2 One loop perturbative corrections to C^2 . . . 71
  - 3.5.3 Runing C and C^2 . . . 74

4 APPLICATION : TWO LOOP PERTURBATIVE CORRECTIONS 79
- 4.1 Two loop corrections to C . . . 79
- 4.2 Two-loop perturbative corrections to C^2 . . . 89
- 4.3 Discussion . . . 92

5 CONCLUSION 93
APPENDICES
A. Notations, conventions and spinor algebra in $\mathcal{N} = \frac{1}{2}$ superspace . 103
A-1 Conventions 103
A-2 Sigma matrices 103
A-3 Spinor algebra in $\mathcal{N} = \frac{1}{2}$ superspace 105
B. Dimensional regularization 105
B.1 The gamma function (Γ) 106
B.2 Integration in d dimensions 106

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة القبة- قسم الفيزياء

Two-Loop Perturbative Corrections for Non(anti)commutative $\mathcal{N}=1/2$ Supersymmetric U(N) Gauge Theory

مذكرة لنيل شهادة الماجستير في تخصص نظري الحقول في فيزياء الجسيمات الأولية و الفيزياء الاحصائية

إعداد: أمينة بودفة **تحت إشراف:** د/كواديك

الملخص:

أدت التطورات الأخيرة التي عرفتها نظرية الأوتار الفائقة إلى دراسة البنى اللاتبديلية في الفضاء الفائق. في الفضاء الفائق اللاتبديلي تكون الإحداثيات الفرميونية الإضافية لا تبديلية و تخضع إلى جبر كليفور، ويمكن إعادة صياغة نظريات الحقول المعرفة على هذا الفضاء الجديد بالاعتماد على أفعال الحقول الفائقة و ذلك بتغير الجداء العادي بينها إلى الجداء – * . من خلال هذه المذكرة يتم التطرق بشكل أساسي إلى التصحيحات الاضطرابية لنظرية يونغ – ميلز الفائقة اللاتبديلية (ن=2/1) . يتضمن ***الفصل الأول*** تمهيدا عن مراحل تطور الفيزياء الحديثة من النموذج العياري إلى نظرية التناظر الفائق فالتناظر الفائق اللاتبديلي. في ***الفصل الثاني*** تمت دراسة التناظر الفائق (ن =1) في الفضاء الفائق اللاتبديلي، حيث تم التطرق أولا إلى وصف كامل للفضاء الفائق (ن =1) . اعتمادا على الفعل التناظري الفائق لمركبات الحقول تم حساب المبعثرات الحرة. ثم نرى كيف يتم تشويه الفضاء الفائق إلى الفضاء الفائق اللاتبديلي اعتمادا على جداء جديد هو جداء تجميعي لا تبديلي يدعى جداء موايل. – وايل أو جداء– * مما يؤدي إلى تكسير ضمني للتناظر الفائق ن = 1 إلى تناظر فائق ن= 2/1 . يحتوي ***الفصل الثالث*** على الخصائص الاضطرابية لنظرية التناظر الفائق ن=2/1 ذات الزمرة المعيارية الخالصة (N) U بدون كتلة، في معيار واس – زيمينو. في هذا الفصل نبرهن على أن نظرية التناظر الفائق اللاتبديلي ن= 2/1 قابلة لإعادة الاستنظام، وذلك من خلال التصحيح الاضطرابي عند الرتبة الأولى الذي يحتوي على مخططات فينمان ذات حلقة واحدة . في ***الفصل الرابع*** نعطي نتائج التصحيح الاضطرابي عند الرتبة الثانية ممثلة في مخططات فينمان ذات حلقتين ، وهي النتائج التي تظهر لأول مرة . يتضمن ***الفصل الخامس*** و الأخير خلاصة تحليلية للنتائج المحصل عليها أي مساهمة نظرية التناظر الفائق اللاتبديلي ن= 2/1 في توحيد القوى الأساسية في الطبيعة.

MINISTRY OF HIGH EDUCATION AND RESEARCH
TEACHER'S HIGH SCHOOL OF KOUBA-ALGEIRS
PHYSICS DEPARTMENT

Two-Loop Perturbative corrections for non(anti)commutative $\mathcal{N}$=1/2 supersymmetric U(N) gauge theory

A DISSERTATION SUBMITTED FOR THE DEGREE

MAGISTERE
IN
FIELD THEORY IN PARTICLE AND STATISTICAL PHYSICS

PRESENTED BY
Amina Boudeffa

SUPERVISOR
Dr. Kouadik

Abstract

The recent developments in superstring theory prompted the study of noncommutative structures in superspace. Noncommutative superspace is a superspace whose Grassmann-odd coordinates are made noncommuting and obeing a Clifford algebra . The field theories defind on such superspace can be formulated via ordinary superfield actions where the superfield product is defined via the star-product .

Perturbative corrections to the deformed $\mathcal{N}$=1/2 Super-Yang-Mills theory will be the main focus of this memory . The first chapter is introductory . In chapter 2, $\mathcal{N}$=1 supersymmetry in noncommutative superspace is studied . First we begin with the description of the $\mathcal{N}$=1 superspace . Using the general supersymmetric gauge invariant action in the component field formulation, we may compute the free propagators . Then, we will show that the non(anti)commutative deformation of $\mathcal{N}$=1 superspace is realized by the star-product , which explicitly breaks the original $\mathcal{N}$=1 supersymmetry to $\mathcal{N}$=1/2 supersymmetry . Perturbative properties of the $\mathcal{N}$=1/2 supersymmetric U(N) gauge theory with no-matter are presented in the third chapter still in components , in the Wess-Zumino gauge. We will compute the divergent one-loop contributions and show that the theory is renormalizable at one-loop order. In chapter 4, we study the renormalization at two loops and compute the beta functions for the couplings of the theory . The last chapter is devoted to conclusion .