

REPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



N° d'ordre: MAG/.../2011

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ A

L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE KOUBA-ALGER
DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

POUR OBTENIR LE DIPLÔME DE

MAGISTER

SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE

OPTION : PHYSIQUE THÉORIQUE

PAR

M. Mohammed CHOUCHAOUI

**THERMODYNAMIQUE DES SYSTEMES FERMIONIQUES
MESOSCOPIQUES A BASSE TEMPERATURE**

Soutenue le : 01/12/2011.

Devant la commission d'examen composée de :

M.	D. E. MEDJADI	Professeur, ENS-Kouba, Alger	Président
M.	M. DJEBLI	Professeur, USTHB, Alger	Examineur
M.	A. LATEF	Maître de Conférences, ENS-Kouba, Alger	Examineur
M.	M. OLDACHE	Chargé de cours, ENS-Kouba, Alger	Examineur
M.	S. KESSAL	Professeur, USTHB, Alger	Directeur de thèse

Table des matières

Introduction	1
---------------------------	---

CHAPITRE I

Généralités sur les statistiques quantiques des gaz parfaits

Introduction	3
I-1- Fonction de partition grand canonique du gaz parfait	3
I-1-1- Représentation du nombre d'occupation d'un état quantique	3
I-1-2- Expression des diverses grandeurs thermodynamiques	5
I-2- Statistiques quantiques des gaz parfaits	6
I-2-1- Cas des fermions : statistique de Fermi-Dirac	6
I-2-2- Cas des bosons : statistique de Bose-Einstein	7
I-2-3- Limite classique des deux statistiques quantiques	8
I-3- Gaz parfait de Fermi	10
I-3-1- Propriétés générales des gaz de fermions libres	10
I-3-2- Fonction de Fermi	10
I-3-3- Intégrales de Fermi	12
I-3-4- Etude générale des fonctions thermodynamiques	12
I-4- Fermions libres à basse température	14
I-4-1 Propriétés des fermions à température nulle	14
I-4-2 Propriétés des fermions à température non nulle: développement de Sommerfeld ..	17
I-5- Fermions libres à haute température	19

CHAPITRE II

Gaz parfait de fermions dans une boîte

Introduction	21
II-1- Gaz de Fermi libres dans une boîte à trois dimensions	21
II-1-1- Niveaux d'énergie	21
II-1-2- Loi de répartition d'un gaz de fermions	22
II-1-3- Variation du potentiel chimique en fonction de la température	22
II-1-4- Energie interne moyenne	32
II-1-5- Capacité calorifique à volume constant	37
Discussion	43
II-2- Gaz parfait de fermions dans une boîte à deux dimensions	46
II-2-1- Niveaux d'énergie	46
II-2-2- Variation du potentiel chimique en fonction de la température	46
II-2-3- Energie interne moyenne	50
II-2-4- Capacité calorifique à volume constant	53
II-3- Gaz parfait de fermions dans une boîte à une dimension	58
II-3-1- Niveaux d'énergie	58
II-3-2- Variation du potentiel chimique en fonction de la température	58
II-3-3- Energie interne moyenne	62
II-3-4- Capacité calorifique à volume constant	65

CHAPITRE III

Oscillations de la capacité calorifique des systèmes finis de fermions

Introduction	70
III-1- Propriétés de chaleur spécifique aux basses températures	70

III-2- Limite de disparition des oscillations dans l'évolution de capacité calorifique avec la température	74
Conclusion	79
Conclusion générale	80
Appendices	82
Appendice A	
1. Développement asymptotique des intégrales de Sommerfeld	82
2. Intégrales de Bose	83
Appendice B	
Formules de sommation d'Euler Mac Laurin	84
Appendice C	
Formules et intégrales utiles	85
Bibliographie	87

Résumé

Dans ce travail, nous avons étudié les propriétés physiques d'un gaz fermionique mésoscopique libre dans une boîte à une, deux et trois dimensions en fonction de la température dans l'ensemble grand canonique. A partir de la grande fonction de partition et en se servant du principe de la conservation du nombre de particules et de l'approximation d'Euler Mac Laurin, nous avons pu tracer les variations du potentiel chimique, de l'énergie interne et de la capacité calorifique à volume constant en fonction de la température. Nous avons calculé ces grandeurs par deux méthodes (sommations discrètes exactes et l'approximation par des intégrales). Cette approximation s'est avérée bonne et conduit à un meilleur accord avec le résultat donné par les sommations exactes. De ces variations, nous avons déduit les limites des hautes et basses températures pour chaque système considéré et observé le comportement de ces limites en fonction du nombre total de particules. Puis nous avons effectué la comparaison entre nos résultats et les résultats théoriques donnés dans la littérature à la limite thermodynamique.

Nous nous sommes intéressés à l'évolution de la capacité calorifique pour des températures très inférieures à la température de Fermi et pour des nombres de particules finis. Nous avons constaté que lorsque le nombre total de particules est inférieur ou égale au nombre N_0 (pratiquement $N_0 \approx 50$), la courbe de la capacité calorifique présente des oscillations irrégulières pour le cas de la boîte à trois dimensions. Au-delà de cette limite N_0 ces oscillations disparaissent.

ملخص

في عملنا هذا قمنا بدراسة الخصائص الفيزيائية لغاز فرميوني ميزوسكوبي نعتبره حرا ومحتو في علبه ذات بعد واحد، بعدين وثلاثة أبعاد هذا من خلال التغير في درجة حرارة النظام مع أننا اعتمدنا في دراستنا هذه على دالة التجزئة الكلية المحسوبة في النظام الكلي وإضافة إلى مبدأ انحفاظ العدد الكلي للجسيمات فإننا تمكنا من تحديد تغير كل من الكمون الكيمياءي، الطاقة الداخلية والسعة الحرارية بثبوت الحجم بدلالة درجة الحرارة للنظام المعتبر بطريقتين مختلفتين (المجاميع الدقيقة والتقريب بالتكاملات)، حيث أننا استعملنا في حساباتنا تقريبا أولر-ماك لوران الذي سمح لنا بالحصول على أفضل دقة بمقارنة الطريقتين وهذه النتائج سمحت لنا أيضا باستنتاج حدود درجات الحرارة المنخفضة والمرتفعة للنظام مع ملاحظة كيفية تغير هذه الأخيرة بدلالة العدد الكلي للجسيمات، كما أننا أجرينا مقارنة مع النتائج النظرية المعطاة في الكتب والمقالات وهذا في حدود الترموديناميكيا.

اهتمنا كذلك في هذا العمل بدراسة سلوك تطور السعة الحرارية للنظام السابق وهذا من أجل درجات حرارة ذات قيم جد صغيرة مقارنة بدرجة حرارة فرمي وكذلك من أجل أعداد منتهية للجسيمات، حيث وجدنا من أجل القيم الأقل من النهاية الحدية N_0 (عمليا تحصلنا على N_0 يساوي تقريبا 50) أن منحنى تغير السعة الحرارية يحتوي على ذبذبات غير منتظمة وهذا من أجل النظام ذو الثلاثة أبعاد وتبين لنا بأن هذه الأخيرة تختفي تماما من منحنى التطور إذا تجاوزنا هذه القيمة الحدية لعدد الجسيمات.