

الرقم:

Ministère de l'enseignement supérieur
et de la recherche scientifique
Ecole normale supérieure
Département de math



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة - القبة - الجزائر
قسم الرياضيات

نظرية النقطة الصاعدة وتطبيقاتها

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

تحت إشرافه

الأستاذة "زهيرة سحنون"

إعداد:

عبد الحفيظ حراث

لجنة المناقشة:

الأستاذ : لحسن وعزار رئيسا

الأستاذ : فارس مختاري ممتحنا

الأستاذة : زهيرة سحنون مشرفة

السنة الجامعية: 2005/2004

دفعه جوان 2005

مقدمة

يتمثل هذا العمل البسيط في دراسة موضوع بعنوان (نظرية النقطة الصامدة

وتطبيقاتها)، حيث أن مفهوم النقطة الصامدة لتطبيق ما معرف من مجموعة A نحو

أخرى B يتمثل في الحل x للمعادلة $Tx = x$.

نستطيع كتابة كل معادلة حقيقية $F(x) = 0$ على شكل معادلة نقطة صامدة.

لذا فنظرية النقطة الصامدة بجعبتها وسائل مفيدة لإثبات وجود حل بعض المعادلات.

النظريات الأساسية للنقطة الصامدة تتمثل في: نظرية بناخ للنقطة الصامدة، ونظرية شودر للنقطة الصامدة.

ومن بين المسائل التي نستعمل نظرية النقطة الصامدة لحلها مسألة كوشي التالية:

$$x(t) = y_0 + \int_{t_0}^t f(s, y(s)) ds \quad \text{والتى تكافئ بالمعادلة التكاملية:} \quad \begin{cases} x'(t) = f(t, x(t)) \\ x(t_0) = y_0 \end{cases}$$

حيث أنه إذا كان f ليبشيتزي فنظرية بيكار تضمن وجود الحل الوحيد لمسألة كوشي، أما

إذا كان f غير مستمر فنظرية بيانو تضمن وجود الحل دون وحدانيته، وبالنسبة لنظرية

بناخ فهي تعطي وحدانية الحل وإنشاء الطريقة لتحديد الحل (طريقة التقريبات)، كما أن

طريقة شودر تتطلب الاستمرار، أما في حالات البعد غير المنتهي فتتطلب التراص.

الهدف من الأعمال المنجزة والمقدمة فيما يخص النقطة الصامدة والتي من بينها

كانت في سنة 1920 يتمثل في نظريات النقطة الصامدة لبناخ، براور وشودر.

هذا العمل البسيط يتناول ثلاث فصول، حيث في الفصل الأول نتكلم عن بعض

التعاريف والمبادئ الأولية المتعلقة بمذكرتنا تمهيدا للدخول في الموضوع ولإعطاء نظرة

عامة حول ما يدور في هذه المذكرة، ومن هذه التعاريف: تعريف بعض الفضاءات

كالفضاء الطوبولوجي، المنفصل، المتراص، المترى...إلخ، بالإضافة إلى تعريف المسافة،

الاستمرار، ومنتالية كوشي...إلخ.

أما في الفصل الثاني فننترق إلى نظرية النقطة الصامدة لبناخ وتطبيقاتها في المعادلات

غير الخطية، والتي تستعمل فقط الخصائص البسيطة للفضاءات المترية، وتتمثل هذه

النظرية في إعطاء الوجود والوحدانية للحل، تقارب التكرارات، الأخطاء المقدر، ورتبة

التقارب، كما نتطرق إلى طريقة نيوتن والتي تستعمل لتقريب حل بعض المعادلات.