Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Kouba –Alger
Département de Mathématiques

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة ـــ الجزائر
قســم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

حل المعادلات من الدرجة الثالثة باستعمال القطوع المخروطية

من إعداد الطالبتين:
نصيرة بن بو عبد الله
ربيعة اليعقوبي

تحت إشراف الأستاذ:
عبد المالك بوزاري

لجنة المناقشة:

الأستاذ أبو بكر خالد سعد الله	رئيسا
الأستاذ:يوسف قرقور	ممتحنا
الأستاذ:عبد المالك بوزاري	مشرفا

نوقشت بالقبة في:2005/06/27
دفعة جوان 2005

الفهرس

الفصل الرابع

المعادلات التكعيبية عند الغرب

المقــدمة

الهندسة إحدى فروع الرياضيات التي عنيّ بدراستها العلماء عبر مختلف الحضارات، ورغم النتائج التي حققت في هذا الميدان بقيت غير مكتملة بظهور مسائل لم يتيسر لقدامى المهندسين حلُها؛ وهي تلك التي لا يمكن إنشاؤها بالمسطرة والمدور كمشكل تضعيف المكعب، تثليث الزاوية، إنشاء المضلعات المنتظمة ومشكل أرخميدس، والتي تفضي إلى معادلات من الدرجة أكبر من أو يساوي ثلاثة.

حاول اليونان حل تلك المسائل بطرق هندسية وأخرى ميكانيكية، كحل مشكل تثليث الزاوية كاستعمال الـــنوزي بطريقة ميكانكية (طريقة نيكوماد) او هندسية (استعمال القطوع المخروطية)، فطوّر بذلك اليونان طرق هندسية لإنشاء جذور بعض المعادلات التكعيبية، لكنهم لم يتمكنوا من وضع نظرية عامة لمعالجة كل المسائل من الدرجة الثالثة.

تابع العرب عمل اليونان، فاشتغل العديد من العلماء على تلك المشاكل؛ منهم محاولة المهاني(ت.888) والخازن(ت.976) لحل مشكل أرخميدس(ت.212 ق.م)، فتوصل الأول إلى صياغتها بطريقة جبرية والثاني إلى حلهابطريقة هندسية، لكن لا الأول ولا الثاني ولا معاصروهم حاولوا إعداد نظرية فعلية للمعادلات التكعيبية، وينسب هذا العمل لعمر الخيام(ت1123م)؛ الذي يعتبر أول من نظم دراسة لجميع أصناف المعادلات التكعيبية، فعرض حل كل واحدة منها مع برهان هندسي باستعمال القطوع المخروطية، ومبينا الحلول الموجبة، ففتح بذلك الطريق لحل العديد من المسائل الممتنعة كالسابقة الذكر.

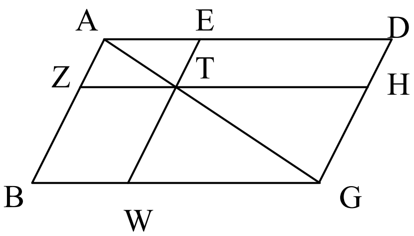
كما تمكن علماء المدرسة الإيطاليـــــة منهم كاردون(ت.1576) من إعطاء طريقة جبرية تسمح بإيجاد جميع حلول معادلة تكعيبية، وذلك بإدخال الأعداد الخيالية.

ولما كان عمل العلماء مرتكزاً على ما وضعه أبولونيوس (ق.2ق م) في كتاب القطوع المخروطية وأقليدس في كتاب الأصول، كان لابدّ من ذكر أهم المبرهنات التي اعتمدوا عليها في حل المسائل التكعيبية وهي:

المبرهنة الثالثة والأربعين من المقالة الأولى لأقليدس[1]

" مساحتا متوازيي الأضلاع المنشأين على جانبي قطر متوازي أضلاع معطى متساويتين"

ليكن متوازي الأضلاع $ABGD$ بحيث AG قطره، ننشأ الضلعين $[EW]$، $[ZH]$ الذين يتقاطعان مع القطر في النقطة T، فنقول أن مساحتي متوازيي الأضلاع $ZBWT$ و $ETHD$ متساويتين.



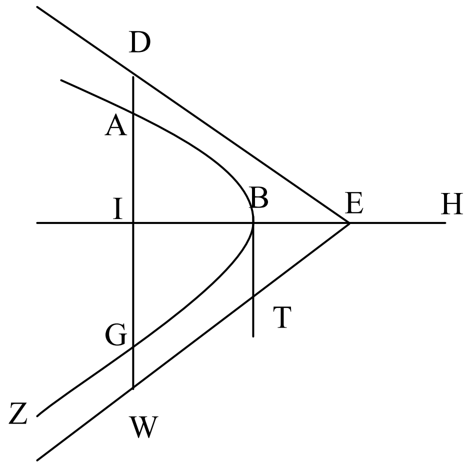
الشكل 1

المبرهنة الواحدة والعشرون من المقالة الأولى من كتاب المخروطات لأبولونيوس[2]

" ABG قطع زائد خطاه المقاربين (ED) و (EW)وقطره T .$[BH]$نقطة بحيث $(BT)\perp(BH)$، A و G نقطتي تقاطع(DW)مع القطع و I منتصف $[AG]$، فيكون:

$$\frac{\overline{AI}^2}{\overline{IH}\ \overline{BI}}=\frac{\overline{BT}}{\overline{HB}}$$

مع العلم أن BT يسمى الضلع القائم، و HB يسمى الضلع المائل "



الشكل 2

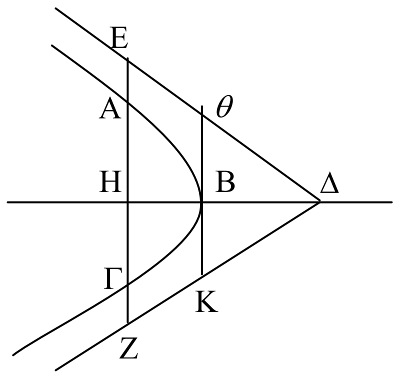
[1] - F.Peyrard : Les Œuvres d'Euclide, Albert Blanchard, PARIS, 1993, p.34.

[2]- P. Veer Eecke : *Les Coniques d'Apollonius de perge*, Albert Blanchard, paris, 1959, p. 126.

المبرهنة الثامنة من المقالة الثانية من كتاب المخروطات لأبولونيوس[3]

$AB\Gamma$ "قطع زائد،خطاه المقاربين (ΔE)و (ΔZ)، $(A\Gamma)$ مستقيم يقطع $AB\Gamma$ في Aو Γ،

و يقطع(ΔE)و (ΔZ) في Eو Zعلى الترتيب، فتكون القطع المحصورة بين القطع وخطيه المقاربين مقايسة" أي: $\begin{cases} AE = \Gamma Z \\ B\theta = BK \end{cases}$



الشكل3

[3] - P. Veer Eecke : *Les Coniques d'Apollonius de perge*, op.cit., p.124.