

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Kouba –Alger
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة – الجزائر
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

حل المعادلات من الدرجة الثالثة باستعمال القطوع المخروطية

تحت إشراف الأستاذ:
عبد المالك بوزاري

من إعداد الطالبتين:
نصيرة بن بو عبد الله
ربيعة اليعقوبي

لجنة المناقشة:

رئيساً

ممتحناً

مشرفاً

الأستاذ أبو بكر خالد سعد الله

الأستاذ: يوسف قرقور

الأستاذ: عبد المالك بوزاري

دفعة جوان 2005

نوقشت بالقبة في: 2005/06/27

الفهرس

1.....مقدمة

مدخل

إسهامات العرب في العلوم الرياضية

- 1- العلوم العربية ما بين القرنين 9-13م.....4
- 2- القطوع المخروطية عند اليونان وانتقالها إلى العرب.....8
- 2-1- القطوع المخروطية عند اليونان.....8
- 2-2- القطوع المخروطية عند العرب.....10

الفصل الأول

المشاكل الهندسية التي تؤول إلى معادلات تكعيبية

- I-1- المشاكل الهندسية التي تحل بالمسطرة والمدور.....12
- I-2- حل المعادلات من الدرجة الثانية عند الخوارزمي.....13
- I-3- المشاكل التي لا تحل بالمسطرة والمدور.....15

الفصل الثاني

حل المعادلات التكعيبية عند اليونان

- II-1- حل بابوس لمشكل تثليث الزاوية باستعمال الـ النوزي...20
- II-2- الحل الميكانيكي لنيكوماذ.....22

الفصل الثالث

حل المعادلات التكعيبية عند العرب

- III-1- رسم القطوع المخروطية.....25
- III-2- محاولات بعض العلماء قبل الخيام.....27
- III-3- حل عمر الخيام للمعادلات التكعيبية.....28
- III-3-1- تصنيف عمر الخيام للمعادلات التكعيبية.....29

III-3-2-مثال لحل هندسي عند الخيام38

الفصل الرابع

المعادلات التكميلية عند الغرب

IV-1- تطور الجبر في أوروبا الغربية.....43

IV-2- طريقة كاردون لحل معادلة تكعيبية.....44

.....48 خلاصة

.....49 فهرس الأعلام

.....51 المصطلحات

.....54 المراجع

المقدمة

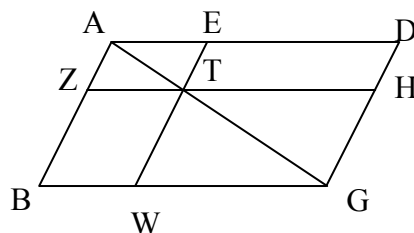
الهندسة إحدى فروع الرياضيات التي عني بدراستها العلماء عبر مختلف الحضارات، ورغم النتائج التي حققت في هذا الميدان بقيت غير مكتملة بظهور مسائل لم يتيسر لقدامى المهندسين حلها؛ وهي تلك التي لا يمكن إنشاؤها بالمسطرة والمدور كمشكل تضعيف المكعب، تثليث الزاوية، إنشاء المضلعات المنتظمة ومشكل أرخميدس، والتي تقضي إلى معادلات من الدرجة أكبر من أو يساوي ثلاثة.

حاول اليونان حل تلك المسائل بطرق هندسية وأخرى ميكانيكية، كحل مشكل تثليث الزاوية كاستعمال النوزي بطريقة ميكانيكية (طريقة نيكوماد) أو هندسية (استعمال القطوع المخروطية)، فطور بذلك اليونان طرق هندسية لإنشاء جذور بعض المعادلات التكعيبية، لكنهم لم يتمكنوا من وضع نظرية عامة لمعالجة كل المسائل من الدرجة الثالثة. تابع العرب عمل اليونان، فاشتغل العديد من العلماء على تلك المشاكل؛ منهم محاولة المهاني (ت.888) والخازن (ت.976) لحل مشكل أرخميدس (ت.212 ق.م)، فتوصل الأول إلى صياغتها بطريقة جبرية والثاني إلى حلها بطريقة هندسية، لكن لا الأول ولا الثاني ولا معاصروهم حاولوا إعداد نظرية فعلية للمعادلات التكعيبية، وينسب هذا العمل لعمر الخيام (ت.1123م)؛ الذي يعتبر أول من نظم دراسة لجميع أصناف المعادلات التكعيبية، فعرض حل كل واحدة منها مع برهان هندسي باستعمال القطوع المخروطية، ومبيناً الحلول الموجبة، ففتح بذلك الطريق لحل العديد من المسائل الممتعة كالسابقة الذكر.

كما تمكن علماء المدرسة الإيطالية منهم كاردون (ت.1576) من إعطاء طريقة جبرية تسمح بإيجاد جميع حلول معادلة تكعيبية، وذلك بإدخال الأعداد الخيالية. ولما كان عمل العلماء مرتكزاً على ما وضعه أبولونيوس (ق.2 ق م) في كتاب القطوع المخروطية وأقليدس في كتاب الأصول، كان لابد من ذكر أهم المبرهنات التي اعتمدا عليها في حل المسائل التكعيبية وهي:

المبرهنة الثالثة والأربعين من المقالة الأولى لأقليدس¹

" مساحتا متوازيي الأضلاع المنشأين على جانبي قطر متوازي أضلاع معطى متساويتين " ليكن متوازي الأضلاع $ABGD$ بحيث AG قطره، ننشأ الضلعين $[EW]$ ، $[ZH]$ الذين يتقاطعان مع القطر في النقطة T ، فنقول أن مساحتي متوازيي الأضلاع $ZBWT$ و $ETHD$ متساويتين.



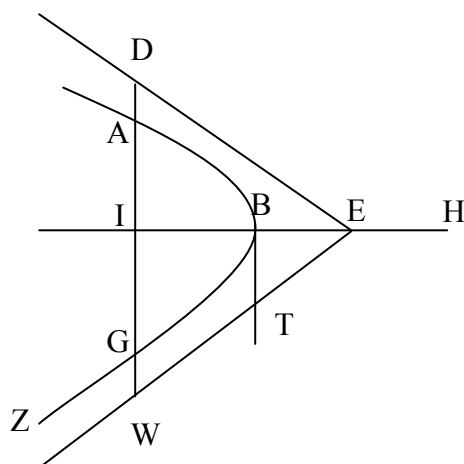
الشكل 1

المبرهنة الواحدة والعشرون من المقالة الأولى من كتاب المخروطات لأبولونيوس²

" ABG قطع زائد خطاه المقاربين (ED) و (EW) وقطره T . نقطة $[BH]$ بحيث $(BH) \perp (BT)$ ، A و G نقطتي تقاطع (DW) مع القطع و I منتصف $[AG]$ ، فيكون:

$$\frac{\overline{AI}^2}{\overline{IH} \overline{BI}} = \frac{\overline{BT}}{\overline{HB}}$$

مع العلم أن BT يسمى الضلع القائم، و HB يسمى الضلع المائل "



الشكل 2

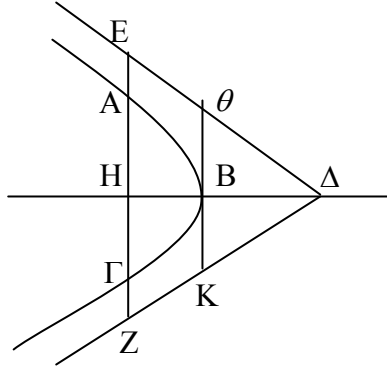
¹ - F.Peyrard : Les Œuvres d'Euclide, Albert Blanchard, PARIS, 1993, p.34.

² - P. Veer Eecke : Les Coniques d'Apollonius de perge, Albert Blanchard, paris, 1959, p. 126.

المبرهنة الثامنة من المقالة الثانية من كتاب المخروطات لأبولونيوس³

"قطع زائد، خطاه المقاربين (ΔE) و (ΔZ) ، $(A\Gamma)$ مستقيم يقطع $AB\Gamma$ في A و Γ ، و يقطع (ΔE) و (ΔZ) في E و Z على الترتيب، فتكون القطع المحصورة بين القطع وخطيه

$$\begin{cases} AE = \Gamma Z \\ B\theta = BK \end{cases} \text{ المقاربين مقياسة " أي: }:$$



الشكل 3

³ - P. Veer Eecke : *Les Coniques d'Apollonius de perge*, op.cit., p.124.