الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة – الجزائر
قسم الرياضيات

Ministère de l'enseignement Supérieur et
de la recherche Scientifique
ECOLE NORMALE SUPERIEURE
Kouba – ALGER
Département de mathématiques

المكاملة العقدية لتوابع متعددة القيم

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

تحت إشراف الأستاذ :

- حياة جعيجع
- فايزة خنوف

إعداد :
محمود سعود

لجنة المناقشة :

الأستاذ:	أحسن واعزار	رئيسا
الأستاذ:	محمود سعود	مشرفا
الأستاذ:	مصطفى دبة	ممتحنا

السنة الجامعية:2005/2004

دفعة جوان 2005

الفهرس

مقدمة.....1

الفصل الأول:
التوابع العقدية

تذكير بالعدد العقدي.....2
تعريف التابع العقدي.....5
تعريف التابع وحيد القيمة والتابع متعدد القيم.....6
تعريف نقطة التفرع.....6
الاشتقاق.....8
التابع التحليلي.....8
دراسة التابع اللوغاريتمي.....11
دراسة تابع الجذر النوني.....14
دراسة التابع قوس الظل.....17

الفصل الثاني:
المكاملة العقدية

تعريف المنحني.....21
المنحني ذو التغير المحدود..... .21
تعريف السبيل.....21
التكامل العقدي.....22
المميزات الأساسية للتكامل.....25
نظريات كوشي.....26
صيغة كوشي التكاملية.....28
صيغة كوشي التكاملية العامة.....29
نشرلوران.....29
نظرية الرواسب.....31
توطئة جوردان 36
حساب تكامل حقيقي باستعمال تكامل عقدي.....37
حساب تكامل عقدي باستعمال الرواسب.....40

الفصل الثالث:
مكاملة بعض التوابع متعددة القيم

مكاملة تابع لوغاريتمي 47
مكاملة تابع جذري.....53
مكاملة تابع قوس ظل.....60

الخلاصة.....64

الخاتمة.....65

قائمة المراجع.....66

إن توسع العلوم الرياضية قاد إلى توسيع مفهوم العدد وتعريف أعداد جديدة تمثل نقاط المستوي سميت بالأعداد العقدية (أو المركبة). وقد نتجت فكرة العدد العقدي عن الحاجة إلى حل معادلات من الدرجة الثانية مميزها سالب، ولم يعد من الجائز الآن أن نقول:
إن للمعادلة من الدرجة الثانية جذرين مختلفين أو جذرا واحدا أو أن هذه المعادلة غير قابلة للحل ،بل سيكون لكل معادلة من هذا النوع جذران مختلفان أو منطبقان. وقد توسع هذا المفهوم الجديد ليشمل قضايا رياضية وفيزيائية ما كانت ممكنة الحل لو لم يتوصل العقل البشري إلى مفهوم العدد العقدي. وقد تشعب هذا الموضوع حيث أصبح علما مستقلا يشمل عدة تخصصات جزئية واقعة تحت عنوان " التحليل العقدي ".

إن وسائل التحليل العقدي شاركت في حل العديد من المسائل الفيزيائية وأعطت تفسيرا لظواهرها، ومن بين هذه المسائل التكاملات العقدية التي سجلت حضورا قويا في الفيزياء لاسيما في حساب التكاملات الحقيقية طالما أرهقت الجميع، ونظرا للحاجة الملحة إلى هذه الأخيرة حاولنا في هذا العمل المتواضع دراسة جانبا من التكاملات العقدية وهو "التكاملات العقدية لتوابع متعددة القيم" حيث تطرقنا إلى حساب هذه التكاملات باستعمال نظرية الرواسب ونظريات أخرى تسهل الحساب مثل نظرية جوردان (JAURDAIN) ونظريات كوشي (CAUCHY) .

إ ن المكاملة العقدية للتوابع متعددة القيم تتطلب فهما وإلماما بالأعداد العقدية وخواصها وكذلك الفهم المعمق للمفاهيم والنظريات المستعملة في طرق الحساب مثل المنحنى و السبيل... ، وهذا ما تطرقنا إليه في الفصلين الأول والثاني. وخصص الفصل الثالث لعرض طرق حساب التكاملات العقدية للتوابع متعددة القيم وأمثلة توضيحية، حيث أولينا فيها اهتماما باختيار التابع وكذا اختيار الفرع المناسب قصد إيجاد قيمة محددة للتكامل العقدي.