Ministère de l'Enseignement
Supérieur
et de la Recherche
Scientifique

ECOLE NORMALE SUPERIEURE Vieux-Kouba (ALGER)

Département de Math

وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة
– القبة القديمة(الجـزائـر)

قسم الرياضيات

فضاء سوبلاف ذات الأساس

$L_p(\Omega)$

مذكـــــرة لنيل شهادة أستـــــاذ التعليم الثانـــــوي

إعـــــداد:
ـ خبيزي بختة
ـ لخضر تومي هجيرة أمينة

تحـــت إشراف الأستاذ:
ـ أبو بكر خالد سعد الله

لجنة المناقشة:

الأستاذ:	محمود بوالصلصال	رئيساً
الأستاذ:	أبو بكر خالد سعد الله	مشرفا
الأستاذ:	الحسن وعزاز	ممتحنا

السنة الدراسية: 2003\2004

(دفعة جوان)

مقدمة:

يتماشى محتوى هذه المذكرة مع مقرري القياس والمكاملة للسنة الرابعة والتحليل التابعي للسنة الخامسة لعلاقته بالمكاملة والفضاءات التابعية. يتضمن هذا العمل صنفا هاما من الفضاءات. وتأتي هذه الأهمية من كون إنتماء تابع f للفضاء $L^p(\Omega)$ (حيث Ω مفتوح من IR^n)، لا يعني إنتماء مشتقه بالمفهوم التوزيعي لهذا الفضاء. لذلك كان من الضروري البحث عن صنف من الفضاءات يسمح بتمديد إنتماء مشتق التابع برتبة معينة للفضاء $L^p(\Omega)$ في حالة انتماء f للفضاء نفسه. يسمى هذا النوع من الفضاءات فضاءات سوبولاف.

لقد تم تقسيم هذه المذكرة إلى ثلاثة فصول قدم أولها مختصرا لبعض الفضاءات الأساسية. كما خصصنا إلى جانب هذه الفضاءات مكانة معتبرة للفضاء $L^p(\Omega)$سيما فيما يخص بعض النظريات والنتائج ذات الصلة بفضاءات سوبولاف. وتعرضنا أيضا إلى فضاء التوزيعات، حيث ينبغي أن نشير إلى أهمية هذا الفضاء الذي بفضله إستطاع الفيزيائيون والرياضيون تجاوز العديد من العقبات.

أما الفصل الثاني فيتناول محتواه تعريفات خاصة بفضاءات سوبولاف $W^{k,p}(\Omega)$ مع $p \geq 1$ ، وذلك حسب قيم k، تتخللها نتائج ونظريات مرتبطة بشكل خاص بالتقريب في هذه الفضاءات. ونقصد بالتقريب دراسة بعض المجموعات الكثيفة في $W^{k,p}(\Omega)$، مما يؤدي إلى تحديد بعض الشروط على المفتوح Ω تجعل من بعض الفضاءات فضاءات كثيفة في $W^{k,p}(\Omega)$. كما قدمنا متباينات سوبولاف ضمن دراسة العلاقة بين $L^q(\Omega)$ و $W^{k,p}(\Omega)$ من حيث الإحتواءات الممكنة وذلك تبعا لقيم p,k,n .

وأخيرا أولينا في الفصل الثالث أهمية خاصة للتطبيقات التي تتمتع بها فضاءات سوبولاف. وتتمثل أساسا هذه التطبيقات في دراسة وجود ووحدانية حلول بعض المسائل الحدية. وهكذا إنصب إهتمامنا على تقديم بعض المسائل الناقصية الخطية وغير الخطية. وإعطاء ما يعرف بالصيغة التغايرية لها. فآلت عملية البحث عن حل لمسألة حدية إلى البحث عن الحل الضعيف لهذه المسألة، وهذا بمعرفة بعض خواص هذا الحل كانتمائه مثلا للفضاء $W^{k,p}(\Omega)$، وهو ما يؤدي عموما إلى حل المسألة الأصلية.