وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة
– القبة القديمة(الجـزائـر)

قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement
Supérieur
et de la Recherche
Scientifique

ECOLE NORMALE SUPERIEURE Vieux-Kouba (ALGER)

Département de Math

إنشاء طوبولوجيا على فضاء التوابع الإختبارية

$$D(\Omega)$$

مذكـــــــرة لنيل شهادة أستـــــــاذ التعليم الثانـــــــوي

إعـــــــداد:
ــ محمد مرابط
ــ عبد الرشيد سعدي

تحـــت إشراف الأستاذ:
ــ أبو بكر خالد سعد الله

لجنة المناقشة:

الأستاذ:	محمود بوالصلصال	رئيساً
الأستاذ:	أبو بكر خالد سعد الله	مشرفا
الأستاذ:	الحسن وعزاز	ممتحنا

نوقشت يوم: 24 جوان 2004
السنة الدراسية: 2004\2003
(دفعة جوان)

فهرس المواضيع

Résumé

L'espace des fonctions test $D(\Omega)$ a une importance particulière en analyse fonctionnelle; Il est l'un des espaces fonctionnels fondamentaux ; Ses éléments sont des fonctions complexes (ou réelles) de classe C^{∞} à supports compacts inclus dans Ω .

En outre, l'espace $D(\Omega)$ a un lien étroit avec un espace important : l'espace des distributions . Son importance réside dans le cadre théorique dans lequel il présente problèmes physiques. Parmi les applications, on trouve par exemple la mesure de Dirac, utilisé dans le calcul de densité des électrons et en mécanique quantique.

L'espace des distributions $D'(\Omega)$ n'est que a dual topologique de l'espace $D(\Omega)$, c'est -a'- dire l'espace des formes linéaires continues sur $D(\Omega)$.

Quand on se donne une topologie sur un ensemble, cela veut dire qu'on se donne l'ensemble des ouverts de $\boldsymbol{P}(X)$ qui vérifient les trois axiomes connus. Cependant on peut, se contenter, dans les espaces métriques, de la donnée d' un système fondamental d' ouverts.

Concernant les espaces vectoriels sur le corps C, la méthode suivie est de définir une topologie localement convexe compatible avec la structure d' espace vectoriel en déterminant un système fondamental de voisinages de 0. Pour cela, il y a en particulier deux méthodes :

- **Méthode 1 :** on est définit un système fondamental de voisinages de 0 par la définition d' une famille de semi-normes, ce système fondamental est par exemple les boules ouvertes.
- **Méthode 2 :** Trouver une famille de sous-espaces vectoriels munis de topologies du type mentionné ci-dessus. Cette méthode utilise la notion de limite inductive de l'ensemble des espaces localement convexes. C'est cella –là qu'on appliquera sur l'espace $D(\Omega)$. La famille $\{D_K(\Omega)\}_{K\subset\Omega}$ sera la famille des espaces localement convexes.

Le plan de ce travail est le suivant :

- **Chapitre 1 :** On présente les principales notations, ainsi que la définition de l'espace $D(\Omega)$.
- **Chapitre 2 :** On étudie l'espace $D_K(\Omega)$ en 5 sections (famille de semi-normes définissant la topologie de $D_K(\Omega)$,convergence…).
- **Chapitre 3 :** On définit la topologie de $D(\Omega)$.

Ce mémoire se termine par un lexique Arabe – Français regroupant les principaux termes utilisés.