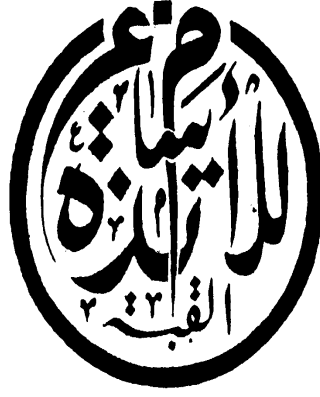


Ministère de l'Enseignement

Supérieur

et de la Recherche  
Scientifique

ECOLE NORMALE SUPERIEURE Vieux-  
Kouba (ALGER)



وزارة التعليم العالي  
والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة  
- القبة القديمة (الجزائر)

قسم الرياضيات

Département de Math

# إشعار طوبولوجيا على فضاء التوليع الإختبارية

## $D(\Omega)$

مذكرة لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

تحت إشراف الأستاذ:

— أبو بكر خالد سعد الله

إعداد:

— محمد مرابط

— عبد الرشيد سعدي

لجنة المناقشة:

رئيساً

محمود بوالصلصال

الأستاذ:

مشرفاً

أبو بكر خالد سعد الله

الأستاذ:

ممتحناً

الحسن وعزاز

الأستاذ:

نوقشت يوم: 24 جوان 2004

السنة الدراسية: 2003\2004

(دفعة جوان)

## فهرس المواضيع

<u>الصفحة</u>	<u>الموضوع</u>
01	مقدمة
06	الفصل الأول: تعاريف ورموز أساسية، الفضاء $D(\Omega)$
06	§01 تعاريف ورموز أساسية
09	§02 الفضاء $D(\Omega)$
15	الفصل الثاني: إنشاء طولوجيا على الفضاء $D_K(\Omega)$
15	§01 الجوارات فبي $D_K(\Omega)$
21	§02 المجموعات المفتوحة والمجموعات المغلقة في $D_K(\Omega)$
29	§03 التقارب في $D_K(\Omega)$
32	§04 المجموعات المحدودة والمجموعات المتراسة في $D_K(\Omega)$
34	§05 بعض خصائص الفضاء $D_K(\Omega)$
37	الفصل الثالث: طولوجيا على الفضاء $D(\Omega)$
37	§01 النهاية الاستقرائية لعائلة فضاءات محدبة محليا، طولوجيا على $D(\Omega)$
40	§02 التقارب، المحدودة، التراص في $D(\Omega)$
44	§03 النهاية الاستقرائية الدقيقة
46	الخلاصة
47	الخاتمة
48	المراجع
50	معجم المصطلحات الواردة في البحث

## Résumé

L'espace des fonctions test  $D(\Omega)$  a une importance particulière en analyse fonctionnelle; Il est l'un des espaces fonctionnels fondamentaux ; Ses éléments sont des fonctions complexes (ou réelles) de classe  $C^\infty$  à supports compacts inclus dans  $\Omega$  .

En outre, l'espace  $D(\Omega)$  a un lien étroit avec un espace important : l'espace des distributions . Son importance réside dans le cadre théorique dans lequel il présente problèmes physiques. Parmi les applications, on trouve par exemple la mesure de Dirac, utilisé dans le calcul de densité des électrons et en mécanique quantique.

L'espace des distributions  $D'(\Omega)$  n'est que le dual topologique de l'espace  $D(\Omega)$ , c'est-à-dire l'espace des formes linéaires continues sur  $D(\Omega)$  .

Quand on se donne une topologie sur un ensemble, cela veut dire qu'on se donne l'ensemble des ouverts de  $\mathcal{P}(X)$  qui vérifient les trois axiomes connus. Cependant on peut, se contenter, dans les espaces métriques, de la donnée d'un système fondamental d'ouverts.

Concernant les espaces vectoriels sur le corps  $C$ , la méthode suivie est de définir une topologie localement convexe compatible avec la structure d'espace vectoriel en déterminant un système fondamental de voisinages de 0. Pour cela, il y a en particulier deux méthodes :

- **Méthode 1** : on est définit un système fondamental de voisinages de 0 par la définition d'une famille de semi-normes, ce système fondamental est par exemple les boules ouvertes.
- **Méthode 2** : Trouver une famille de sous-espaces vectoriels munis de topologies du type mentionné ci-dessus. Cette méthode utilise la notion de limite inductive de l'ensemble des espaces localement convexes. C'est cela –là qu'on appliquera sur l'espace  $D(\Omega)$ . La famille  $\{D_K(\Omega)\}_{K \subset \Omega}$  sera la famille des espaces localement convexes.

Le plan de ce travail est le suivant :

- **Chapitre 1** : On présente les principales notations, ainsi que la définition de l'espace  $D(\Omega)$  .
- **Chapitre 2** : On étudie l'espace  $D_K(\Omega)$  en 5 sections (famille de semi-normes définissant la topologie de  $D_K(\Omega)$ , convergence...).
- **Chapitre 3** : On définit la topologie de  $D(\Omega)$  .

Ce mémoire se termine par un lexique Arabe – Français regroupant les principaux termes utilisés.