المدرسة العليا للأساتذة
القبة- الجزائر

Ecole Normale Supérieure
Vieux Kouba-Alger

قسم الرياضيات

Département de Mathématiques

مذكرة تخرج
لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

# المسلمة الخامسة لأقليدس وبداية ظهور هندسات غير أقليدية

من إعداد الطالبتين:
حميدة شيبان
فطيمة عدار

تحت إشراف الأستاذ:
يوسف قرقور

لجنة المناقشة:

| | | |
|---|---|---|
| الأستاذ : أبو بكر خالد سعد الله | أستاذ محاضر ب م.ع.أ. | رئيسا |
| الأستاذ : يوسف قرقور | مكلف بالدروس ب م.ع.أ. | مشرفا |
| الأستاذ : ناجي تمار | مكلف بالدروس ب م.ع.أ. | ممتحنا |

نوقشت بالقبة في 2004/06/23
دفعة جوان 2004

السنة الجامعية: 2004/2003

# الفهرس

## مقدمة

أخذت نظرية التوازي والمسلمة الخامسة لأقليدس (Euclide) مكانا كبيرا في التاريخ منذ العصور اليونانية القديمة حتى ما قبل أقليدس (القرن الثالث ق.م)، إذ أثارت هذه المسألة جدلا كبيرا عند الرياضياتيين اليونان حول صحتها أو عدم صحتها؛ لوجود خطوط تقترب بعضها من بعض دون أن تلتقي كما هو الحال في القطع الزائد، ولهذا قرروا عدم قبولها أو استعمالها دون برهان، فظهرت عدة محاولات للبرهان عليها إما بطريقة مباشرة، أو باستعمال مبرهنات مكافئة لها مُبرهن عليها، نجد من بين هذه المحاولات محاولات بروكلوس (Proclus) (410 – 485 م) وبطليموس (Ptolémée) (85 – 165 م) وآخرين غيرهم.

انتقل إشكال هذه المسلمة أيضا إلى البلاد الإسلامية إذ أن مشكل الرياضياتيين هنا يعود إلى نفس السبب السابق وإلى أسباب أخرى منها أن هذه المصادرة ظهرت لبعضهم أنها غير واضحة ويجب الاستغناء عنها واستبدالها بمصادرة أخرى أوضح منها، ومنهم من رأى أنه من المستحيل الأخذ بهذه المصادرة دون البرهان عليها، إذ أن عكسها قد بُرهن. كُل هذا دفع بالرياضياتيين في البلاد الإسلامية إلى محاولة إيجاد برهان لإثبات هذه القضية نذكر من بينهم الجوهري (ق8 – 9 م)، ابن الهيثم (965 – 1041م) وغيرهم، وقد استمرت هذه المحاولات خمسة قرون تقريبا.

وبعد ركود الحضارة الإسلامية استأنف الرياضياتيون الغربيون البحث عن برهان لهذه المصادرة ابتداء من القرن السابع عشر، وظلت جهودهم دون جدوى إلى أن اِكتُشِفت في القرن التاسع عشر هندسات غير أقليدية، وهي التي تستند إلى مصادرات غير مصادرة أقليدس، والتي يعود الفضل في اكتشافها إلى لوبتشفسكي (Lobatchevski) (1793 – 1856)، بولاي (Bolyai) (1802 – 1860)، وريمان (Riemann) (1826 – 1866).

يجدر بنا أن نذكر بديهيات ومسلمات أقليدس التي وضعها في مقالته الأولى من كتاب الأصول، وبعض القضايا التي اعتمدها الرياضياتيون في براهينهم :

### بديهيات أقليدس

1. الأشياء المساوية لشيء متساوية.

2. إذا أضيفت أشياء متساوية لأشياء متساوية كانت النتائج متساوية.

3. إذا طرحت أشياء متساوية من أشياء متساوية كانت البواقي متساوية.

4. إذا أضيفت أشياء متساوية لأشياء غير متساوية كانت النتائج غير متساوية.

5. إذا طرحت أشياء متساوية من أشياء غير متساوية كانت النتائج غير متساوية.

6. الكميات المساوية لضعف نفس الكمية هي متساوية فيما بينها.

7. الكميات المساوية لنصف نفس الكمية هي متساوية فيما بينها.

**8.** الكل أعظم من الجزء.

9. الأشياء التي تتطابق متساوية.

**مسلمات أقليدس**

1. نخرج خطا مستقيما من كل نقطة إلى نقطة.

2. نمدد خطا مستقيما في سطح مفروض على استقامة إلى حيث أردنا.

3. رسم دائرة حول أي مركز وبأي نصف قطر كان.

4. كل الزوايا القائمة متساوية.

5. إذا قطع مستقيم مستقيمين وجعل الزاويتين الداخليتين على نفس الجانب أقل من قائمتين فإنه إذا امتد المستقيمان لانهائيا يتقابلان على الجانب التي تكون فيه الزاويتين أقل من قائمتين.

**التعريف 23 من المقالة الأولى لكتاب الأصول**

الخطوط المتوازية هي الخطوط المستقيمة التي توجد في سطح واحد والتي إذا أخرجت في كلتي الجهتين إخراجا بغير نهاية لا تلتقي في أية واحدة من هاتين الجهتين.

**المبرهنة 11 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

كل نقطة على أي خط مستقيم مفروض غير متناه في طرفيه أو في أحدهما لنا أن نخرج من تلك عمودا على ذلك الخط.

**المبرهنة 13 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

كل خط مستقيم وقع على خط مستقيم فإن الزاويتين الحادثتين عن جنبي الخط الواقع قائمتان أو مساويتين لقائمتين.

**المبرهنة 15 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

كل زاويتين متقابلتين من أربع زوايا الحادثة عن تقاطع كل خطين مستقيمين متساويتان والزوايا الأربع الحادثة كأربع قوائم.

**المبرهنة 16 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

كل واحدة من الزوايا الحادثة من إخراج أي ضلع من أضلاع أي مثلث مستقيم الأضلاع على استقامته أعظم من كل واحدة من الزاويتين الداخليتين المقابلتين لها.

**المبرهنة 26 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

إذا وقع خط مستقيم على خطين مستقيمين وصيّر الزاوية الخارجة مساوية للزاوية الداخلة المقابلة لها في جهة واحدة أو صيّر الزوايا الداخلة في جهة واحدة مساوية لزاويتين قائمتين فإن الخطين متوازيان.

**المبرهنة 27 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

إذا وقع خط مستقيم على مستقيمين وصير الزاويتين المتبادلتين متساويتين فالخطان متوازيان.

**المبرهنة 29 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

إذا وقع خط مستقيم على خطين متوازيين فهو يُصيِّر الزوايا المتبادلة متساوية والزاوية الخارجة مساوية للداخلة المقابلة لها والزاوية الداخلة في جهة واحدة مساوية لزاويتين قائمتين.

**المبرهنة 30 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

الخطوط المستقيمة الموازية لخط واحد متوازية.

**المبرهنة 31 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

نريد أن نخرج من نقطة مفروضة خطا مستقيما موازيا لخط مستقيم مفروض.

**المبرهنة 32 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

كل مثلث يخرج ضلع من أضلاعه فإن الزاوية الخارجة مساوية للزاويتين الداخليتين المقابلتين لها وزوايا المثلث الثلاث التي في داخل المثلث مساوية بمجموعها لزاويتين قائمتين.

**المبرهنة 33 من المقالة الأولى من كتاب الأصول**

الخطوط المستقيمة التي تصل بين أطراف الخطوط المستقيمة المتساوية المتوازية التي في جهة واحدة هي أيضا متساوية ومتوازية.

**المبرهنة 1 من المقالة العاشرة من كتاب الأصول**

كل خطين متوازيين فُصل من أعظمهم أكبر من نصفه ومن الباقي أعظم من نصفه وهكذا على التوالي فيبقى من الأعظم مقدار أصغر من المقدار الأصغر.

**موضوعة باش**

المستقيم الذي لا يمر من رؤوس المثلث ويقطع واحدا من أضلاعه لابد أن يقطع ضلعا آخر منه.