وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة (الجزائر)

قسم الرياضيات

Ministère de l'enseignement supérieur
et de la recherche scientifique
Ecole normale supérieure
Vieux Kouba(Alger)
Département de Mathémathiques

مذكرة معدة استكمالا لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

دراسة السلاسل
(العددية والتوابع)

إعداد:
بلقاسم نوار
محمد خوني

إشراف:
خاتو شعيب

لجنة المناقشة

أ. دبة مصطفى :أستاذ مكلف بالدروس.....رئيسا
أ. بن ربيعة يوسف: أستاذ مكلف بالدروس.....ممتحنا
أ. خاتو شعيب: أستاذ مكلف بالدروس.....مشرفا

السنة الجامعية 2006- 2007.
(دفعة جوان: 2007)

الفهرس:

- مقدمة..... **(1)**

I- **مفاهيم أساسية** ..... **(3)**

1-تعاريف وخواص أولية..... **(3)**

2- المتتاليات والسلاسل ..... **(8)**

3- الفضاء ألشعاعي للسلاسل العددية..... **(9)**

4- السلاسل المتقاربة مطلقا والسلاسل

نصف متقاربة..... **(10)**

II – السلاسل ذات الحدود الموجبة..... **(13)**

1-شرط التقارب..... **(13)**

2-قواعد المقارنة..... **(13)**

3-مقارنة سلسلة ذات حدود موجبة

بسلسلة هندسية..... **(15)**

4-مقارنة مقياس كوشي بدلمبار..... **(17)**

5-مقارنة سلسلة بتكامل..... **(19)**

6-المقارنة بسلسلة ريمان $\sum \frac{1}{n^{\alpha}}$ ..... **(21)**

7-مقاييس أخرى..... **(21)**

III- السلاسل ذات الحدود الكيفية ..... **(24)**

1-قاعدة أبل..... **(24)**

2-السلاسل المتناوبة ..... **(26)**

IV- سلاسل التوابع..... **(30)**

1-خواص أولية..... **(30)**

2-التقارب المنتظم ..... **(33)**

3-التقارب الناظمي (أو النظيمي)..... **(34)**
4-التقارب المنتظم وخواص
مجاميع سلاسل التوابع..... **(39)**
*الإستمرار.....**(39)**
* المكاملة..... **(39)**
* الإشتقاق..... **(40)**
الخاتمة..... **(46)**

المقدمة:

إن الحمد لله نحمده ونستعين به ونعوذ بالله من شرور أنفسنا وسيئات أعمالنا.
تعد نظرية السلاسل إحدى الوسائل القوية في التحليل الرياضي ولها العديد من التطبيقات (نظرية الأعداد، المعادلات التفاضلية، الحساب التقريبي...).
جزء كبير من المفاهيم و النتائج الرياضية و جدت وبرهنت باستخدام السلاسل (مفاهيم متعلقة بالنهايات، الاستمرار، المكاملة...)، ويجدر بالذكر أن مفهوم النهاية متعلق بالتحليل الرياضي.
لقد تطرقنا في مذكرتنا هذه إلى نوعين من السلاسل (العددية والتوابع)، وبدأنا بدراسة السلاسل العددية التي تمثل أساس دراسة سلاسل التوابع، ولقد كانت دراستنا مشتملة على خواص وقواعد التقارب بصفة خاصة. وقسمت هذه المذكرة إلي ثلاثة فصول.
في الفصل الأول: درسنا في هذا الفصل الخواص والتعاريف المتعلقة بالسلاسل وكذلك العلاقة بين السلاسل والمتتاليات إضافة إلي فضاء السلاسل.
في الفصل الثاني: تطرقنا في هذا الفصل إلي بعض أنواع السلاسل (السلاسل ذات الحدود الموجبة، السلاسل ذات الحدود الكيفية...) وشرط التقارب، كذلك مقارنتها ببعض المقاييس مثلا التكامل، مقياس دالمبار، مقياس كوشي...الخ.
في الفصل الثالث: خصصنا هذا الفصل لدراسة سلاسل التوابع وأنواع التقاربات (المنتظم، الناظمي...) وختمنا الفصل بخواص مجاميع سلاسل التوابع مثل الاستمرار، المكاملة، الاشتقاق.