

Ministère de l'enseignement supérieur

et de la recherche scientifique  
Ecole Normale Supérieure  
-Vieux Kouba - (Alger)

Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة

- القبة القديمة - ( الجزائر )

قسم الرياضيات

## المعادلات التفاضلية الناقصية بمعطى من فضاء $L^p$

مذكرة تخرج لنيل شهادة التعليم الثانوي

تحت إشراف الأستاذ:  
★ مختار ية فارس

إعداد:

◆ حميد جبرية  
◆ كريم جوادة

نوقشت يوم 2008/06/07 من طرف لجنة المناقشة:

- موساوي توفيق ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... رئيسًا
- مختار ية فارس ..... أستاذ بالمدرسة العليا للتجارة ..... مشرفًا
- هبول دوجة ..... أستاذة بالمدرسة العليا للأساتذة ..... مناقشة

السنة الجامعية: 2008/2007

مكتوب بـ: Arab $T_{E}X$

دفعه جوان: 2008

# المحتويات

1	قائمة الرموز
3	مقدمة
5	1 تذكير بالفضاءات $L^p$
6	1.1 تعاريف ونتائج في الفضاءات $L^p$
6	1.1.1 تعاريف وخواص
8	2.1.1 بعض نتائج تكامل التوابع من إشارة كيفية
11	3.1.1 بعض المتراجمات المشهورة
14	4.1.1 التقارب القوي و التقارب الضعيف
18	2.1 ثنوي و انعكاس الفضاء $L^p$
18	1.2.1 الثنوي
23	2.2.1 الانعكاس
26	2 دراسة المعادلة $Au = f$ حسب لاکس ميلغرام
27	1.2 فضاءات سبولاف ( تعاريف وخواص )
27	1.1.2 تعاريف
29	2.1.2 بعض خواص فضاءات سبولاف
30	2.2 نظريتي ستامباكيا و لاکس ميلغرام
31	1.2.2 نظرية ستامباكيا
32	2.2.2 نظرية لاکس ميلغرام
32	3.2 تطبيقات لنظرية لاکس ميلغرام
32	1.3.2 مسألة ديريكلي المتجانسة
35	2.3.2 مسألة نيومان المتجانسة

37	.....	3.3.2 مثال تطبيقي
40		3 دراسة المعادلة $Au = f$ بطريقة المؤثرات الرتبية
41	.....	1.3 المؤثرات الرتبية
41	.....	1.1.3 المؤثرات الرتبية
42	.....	2.1.3 المؤثرات المحدودة
43	.....	3.1.3 المؤثرات hémicontinus
44	.....	2.3 أمثلة تطبيقية
44	.....	1.2.3 مثال تطبيقي 1
47	.....	2.2.3 مثال تطبيقي 2
52	.....	الخاتمة
53	.....	دليل المصطلحات
55	.....	المراجع

## مقدمة

لقد ظهرت المعادلات التفاضلية الجزئية في القرن الثامن عشر في عمل أولر<sup>1</sup>، دالمبار<sup>2</sup>، لافرانج<sup>3</sup>، لابلاس<sup>4</sup>، وغيرهم، كأداة أساسية في وصف الميكانيك الديناميكية، والتي ساهم الإهتمام المتزايد بها في تطوير المعادلات التفاضلية الجزئية.

كما أنها - المعادلات التفاضلية الجزئية - تعتبر حافزا قويا في تطوير الأدوات الأساسية في التحليل الحقيقي والتحليل التابعي منذ بداية القرن العشرين، في هذا الأخير ظهرت إحدى أقوى أدوات التحليل الرياضي ألا وهي فضاءات سبولاف والتي وسّعت الهندسة التفاضلية وتحليل فوريي إلى التحليل العددي والرياضيات التطبيقية، وتستعمل هذه الفضاءات عموما في تعميم حلول المعادلات التفاضلية الجزئية، وبشكل خاص المعادلات التفاضلية الناقصية والتي لها طرق عدة للحل في هذه الفضاءات.

وبعد أن كان سابقا يتم البحث عن الحلول الكلاسيكية تحت شروط قوية، فبفضل هذه الفضاءات أصبح من الممكن البحث عن الحلول الضعيفة لمسائل موضوعة تحت شروط ضعيفة مقارنة مع المسائل الكلاسيكية التي تعالج ضمن شروط أقوى، فإذا كانت هذه الأخيرة موجودة - وتحت بعض الشروط - يمكن الجزم على أن الحل الكلاسيكي موجود.

وتتعرض في مذكرتنا هذه إلى دراسة طريقتين من طرق الحل في هذه الفضاءات، أولهما إيجاد حلول وفق نظرية لاکس ميلغرام، أما الثانية فهي طريقة المؤثرات الرتيبة.

ولأجل ذلك قمنا بتقسيم هذا البحث إلى ثلاث فصول؛

<sup>1</sup> أولر L. Euler ، 1707 – 1783 ، سويسري.

<sup>2</sup> دالمبار J. D'alembert 1717 – 1783 ، فرنسي.

<sup>3</sup> لافرانج Lagrange ، 1736 – 1813 ، فرنسي.

<sup>4</sup> ولابلاس Laplace ، 1749 – 1827 ، فرنسي.

تناولنا في الفصل الأول التذكير ببعض التعاريف، النظريات، النتائج والخواص الأساسية لفضاءات لوبيغ وبعض المتراجمات المشهورة التي تعتبر كوسيلة هامة في معالجة المسائل التفاضلية.

وتطرقنا في الفصل الثاني إلى دراسة أمثلة عن المعادلات التفاضلية الناقصية حسب لاكس ميلغرام، فبدأنا بتعريف فضاءات سبولاف وذكر بعض خواصها، لننتقل بعدها إلى إيراد محتوى نظريتي ستامباكيا ولاكس ميلغرام، لتتهي هذا الفصل ببعض تطبيقات نظرية لاكس ميلغرام.

أما الفصل الثالث فخصص لمعالجة أمثلة عن المعادلات التفاضلية الناقصية بطريقة المؤثرات الرتيبة، نقصر فيه على ذكر المؤثرات الرتيبة المشتملة على أنواعها الثلاث؛ الرتيبة، المحدودة و *hémicontinus*، إلى جانب إبراز النظرية الأساسية التي تعتمد عليها هذه الطريقة، ودعمًا لهذا العمل وسعيًا منا لأجل أن يستوعب القارئ والباحث هذه المفاهيم، أعطينا أمثلة توضيحية، تشير بشكل دقيق إلى الحالات التي يمكننا فيها إستعمال طريقة المؤثرات الرتيبة لحل المعادلات التفاضلية الجزئية الناقصية.