

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux - Kouba - (Alger)
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة - (الجزائر)
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

الإسقاط في فضاء هيلبرتي شق نظري وآخر تطبيقي

تحت إشراف الأستاذ:
• محمد حازي

إعداد:
• بن سعيدان مولود
• عطية النوي

لجنة المناقشة:

الأستاذ: التهامي زمولي رئيساً
الأستاذ: أحمد آيت مختار مُمتحنًا
الأستاذ: محمد الطاهر طالبي مُمتحنًا
الأستاذ: محمد حازي مشرفاً

السنة الجامعية: 2008/2007
مكتوب بـ: ArabTeX
دفعة جوان: 2008

المحتويات

٧	مقدمة	
٨	١ الفضاءات الهيلبرتية	
٩	1.1 تمهيد	
٩	2.1 الجداء السلمي وخصائصه	
١٢	3.1 متراجحة كوشي - شوارتز	
١٣	4.1 متراجحة مينكوفسكي	
١٥	5.1 متطابقة متوازي الأضلاع أو متطابقة أبولونيوس	
١٧	٢ التعامد	
١٨	1.2 تمهيد	
١٨	2.2 تعاريف وأمثلة وخصائص عامة	
٢١	1.2.2 مبرهنة (فيثاغورس)	
٢٢	٣ الإسقاط	
٢٣	1.3 تمهيد	
٢٣	2.3 تعاريف وأمثلة وخصائص عامة	

٢٧	مبرهنة الإسقاط (الإسقاط)	3.3
٣٠	أهم مزايا تابع الإسقاط	4.3
٣١	تطبيقات	٤
٣٢	تمهيد	1.4
٣٢	تطبيق: 1	2.4
٣٢	مسائل التقريب:	1.2.4
٣٤	تطبيق: 2	3.4
٣٤	منهاج المعامدة (فرام - شميدت)	1.3.4
٣٥	أمثلة	2.3.4
٣٦	تطبيق: 3	4.4
٣٦	نظرية في التوزيعات	1.4.4
٣٨	تطبيق: 4	5.4
٣٨	قضية:	1.5.4
٣٨	تطبيق: 5	6.4
٣٨	نظرية (ستامباكيا)	1.6.4
٣٩	تطبيق: 6	7.4
٣٩	التوقع الشرطي	1.7.4
٤٠	تطبيق: 7	8.4
٤٠	الإسقاط العمودي على بيان علاقة خطية مغلقة	1.8.4

٤١	دليل المصطلحات
٤٢	دليل العلماء
٤٧	المراجع
٤٩	خاتمة

مقدمة

من الأسباب التي دفعتنا لاختيار موضوع الإسقاط في فضاء هيلبرتي الذي هو أحد مواضيع وحدة الطوبولوجيا، إدراكنا لأهميته من خلال مشاورنا الدراسي. وكونه ركيزة تعتمد عليها الدراسات العليا. آمين بذلك أخذ نبذة ولو قصيرة عن هذه المسألة لما لها من أهمية في التحليل التابعي. والدور الذي تلعبه مبرهنة الإسقاط في إثبات عدة نظريات وإستعمالها في عدة مجالات.

تعتبر الفضاءات الهيلبرتية التي نحن بصدد دراستها من أهم الفضاءات التنظيمية، خصصنا دراستنا للإسقاط الذي يعد من أهم مزايا الفضاءات الهيلبرتية وحاولنا أن نلم ببعض جوانبه.

ولقد سميت بهذا الإسم تكريما للعالم الألماني ديفيد هيلبرت، الذي يعتبر أحد عباقرة القرن العشرين، والذي طرح ثلاثة وعشرين مسألة رياضية معقدة، أمام المؤتمر الدولي للرياضيين، لم تحل إلا بعد وفاته بمدة نصف قرن أو أكثر، بعد إنشغال علماء الرياضيات على فكها.

قسمنا مذكرتنا إلى أربعة فصول، فضلا عن مقدمة ودليل للمصطلحات ودليل للعلماء وخاتمة. عالجتنا في الفصل الأول مفاهيم وخصائص وتعريف عامة في الفضاءات الهيلبرتية.

استعرضنا في الفصل الثاني تعريف التعامد وقدمنا فيه بعض خصائص هذا الأخير.

تناولنا في الفصل الثالث الإسقاط، قدمنا بعض التعاريف والمبرهنات التي تخصه.

جئنا في الفصل الرابع والأخير ببعض التطبيقات حول الإسقاط في فضاء هيلبرتي.

ما من شك أن دراستنا ليست كافية ولكن نأمل أن تكون لبنة تتلوها لبنات أخرى. نرجو أن يكون ما قمنا به وما بذلنا من جهد شفيعا لنا على النقص الذي قد يتخلل المذكرة ودافعا إيانا إلى المزيد من الجهد لتكون عند حسن الظن.

نسأل الله تعالى أن يجعل أعمالنا كلها سالحة، ولوجهه خالصة، إنه على كل شيء قدير وبالإجابة

جدير.