

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère de l'enseignement Supérieur  
et de la recherche Scientifique  
ECOLE NORMALE SUPERIEURE  
Vieux -kouba (ALGER)  
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
المدرسة العليا للأساتذة  
القبة القديمة ( الجزائر )  
قسم الرياضيات

# حساب التكاملات المضاعفة بأبسط الطرق

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط.

تحت إشراف الأستاذ:

محمود سعود

إعداد:

أمال القروي  
فضيلة مرابط

لجنة المناقشة:

الأستاذ: يوسف بن ربيعة ..... رئيسا  
الأستاذ: مصطفى دبه ..... ممتحنا  
الأستاذ: محمود سعود ..... مشرفا

السنة الدراسية 2007/2006  
دفعة جوان 2007

# الفهرس

المحتوى	الصفحة
*المقدمة.....	01
الفصل الأول: التكامل المحدود (تكامل ريمان).....	02
1- خواص التكامل المحدود.....	03
2- طرق التكامل.....	04
2-1 تغيير المتحول.....	04
2-2 التكامل بالتجزئة.....	04
3- تطبيقات على التكامل المحدود.....	05
الفصل الثاني: التوابع الحقيقية ذات عدة متغيرات حقيقية.....	08
1- تعريف.....	08
2- المسافة و التنظيم.....	09
3- النهايات.....	11
4- الاستمرار.....	13
5- الاشتقاق الجزئي.....	14
6- قابلية المفاضلة.....	15
الفصل الثالث: التكاملات المضاعفة.....	17
1- التكامل الثنائي.....	17
1-1 خواص التكامل الثنائي.....	18
1-2 حساب التكامل الثنائي.....	19
1-3 تغيير المتحول.....	24
1-4 تطبيقات على التكامل الثنائي.....	25
2- التكامل الثلاثي.....	28
2-1 خواص التكامل الثلاثي.....	30
2-2 حساب التكامل الثلاثي.....	30

33	.....3-2 تغيير المتحول
34	.....4-2 تطبيقات على التكامل الثلاثي
37	.....3- الأمثلة
44	.....* الخلاصة
45.	.....* الخاتمة
46	.....* المراجع

# المقدمة

الحمد لله وحده لا شريك له و الصلاة والسلام على أشرف خلق المرسلين و الأنبياء، سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم و على آله و صحبه و التابعين أجمعين.  
وبعد:

نظرا لما يلاقيه الطلبة من صعوبات كبيرة في حساب التكاملات المضاعفة، لعدم إختيارهم الطريقة، شكل المناسب و البسيط الذي يوفر لهم الجهد و الوقت. عملنا هذا المتواضع يعطي فكرة و لو بسيطة عن هذا الأمر، من أجل تذليل هذه الصعوبات التي يواجهها الطلبة في ذلك من خلال " حساب التكاملات المضاعفة بأبسط الطرق".

وقد قسمنا هذا العمل إلى ثلاثة فصول، تطرقنا في الفصل الأول إلى التكامل المحدود (تكامل ريمان) وفيه ذكرنا بتكامل ريمان، و خواص التكامل المحدود، وطرق التكامل كما وضعنا تطبيقات عليه.

أما الفصل الثاني خصصناه للتذكير بالتوابع الحقيقية ذات عدة متغيرات حقيقية من تعريف لها، و التطرق إلى مفهوم المسافة و التنظيم، كما ذكرنا بالنهايات و الاستمرار و الإشتقاق الجزئي، و قابلية المفاضلة لهذه التوابع.

وارتأينا أن يكون الفصل الأخير لدراسة التكاملات المضاعفة (الثنائية و الثلاثية) من خواص و حساب التكاملات و تغيير المتحول فيها و قدمنا التطبيقات عليها، كما أضفنا بعض الأمثلة حولها.

في الأخير نرجو من الله العلي القدير أن يجعل عملنا هذا خالصا لوجهه و تضحية في سبيل نشر العلم و إبلاغه و خدمة للغة القرآن الكريم، والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل.