الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة

القبة القديمة (الجزائر)

قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique

ECOLE NORMALE SUPERIEURE
Vieux –kouba (Alger)

Département de Mathématiques

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

سلاسل فوريي:
أوجه نظرية وأخرى توسيعية.

إعداد:

- أسماء حـــمو.
- مليكة رضواني.

إشراف:

الأستاذ: محمد حازي.

لجـــنة المناقشـــــة:

الأستاذ: أحمد آيت مختار ..... رئيسا

الأستاذ: محمد الطاهر طالبي ..... ممتحنا

الأستاذ: التهامي زمولي ..... ممتحنا

الأستاذ: محمد حازي ..... مشرفا

نوقشت يوم 15 جوان 2008
دفعة جوان 2008

8. فهرس

مقدمة

1. لماذا الموضوع؟ 04
2. سلاسل فوريي ودورها 04
3. هيكلة وتصميم 06

1. تعاريف وخصائص عامة

1.1 تعاريف 07
2.1 خصائص عامة 11

2. تقارب سلاسل فوريي

1.2 تمهيد 18
2.2 التقارب البسيط 20
3.2 التقارب بالانتظام 24
4.2 التقارب الناظمي 24

3. تطبيقات

1.3 في ميدان الرياضيات 28
2.3 في ميدان الفيزياء 31

4. دليل الرياضياتين والفيزيائيين المذكورين 37

5. معجم المصطلحات 41

6. المراجع 44

7. خاتمة 45

مقدمة

1. لماذا الموضوع؟

من بين المواضيع التي طرحها قسم الرياضيات لتغطية مذكرات التخرج أثار موضوع سلاسل فوريي (Fourier) انتباهنا وفضولنا واندهاشنا. فبالرغم من تواجدها في جل برامج السنوات الدراسية إلا أننا لم نتطرق إليها خلال مشوارنا بالمدرسة. لذا، صممنا، درءا لهذه الناقصة وتمتينا لتكويننا، على اتخاذها موضوعا لمذكرتنا. وقد زاد في تشويقنا ودفعنا إليها ما كان يتناهى إلى مسامعنا من زميلات لنا من الأقسام الأخرى حول الدور الهام الذي تلعبه سلاسل فوريي، لاسيما في دراسة الأنظمة الكهربائية.

نروم من خلال هذا العمل التعرض لهذه السلاسل وتقديم مجموعة من مفاهيمها وخصائصها في قالب مبسط بقدر ما سمح لنا به إدراكنا لها. سعينا إلى فهمها والتنقيب على بعض من استعمالاتها الرياضية والفيزيائية. لنا أمل في أن تكون مجهوداتنا المتواضعة قد كللت بنجاح وساهمت في إثراء مكتبة المدرسة، ورجعت بفائدة لنا ولزملائنا الطلبة من بعدنا.

2. سلاسل فوريي ودورها

تعتبر مسألة تقريب تابع عددي معطى f على المجال $[a,b]$ بمجموع S_n من الشكل $\sum_{k=1}^{n} C_k \phi_k$، حيث ϕ_1، ϕ_2، ...، ϕ_n توابع لـــ x معطاة، متعامدة مثنى مثنى، من أهم مسائل التحليل الرياضي. فكلمة تقريب، يمكن أن يكون لها عدة معان. ما نعنيه هنا بالطبع أن يكون المجموع S_n قريباً بما فيه الكفاية من التابع f، وذلك عند كل نقطة x، وبأقل شروط على التابع f . يتم هذا باختيار المعاملات C_n .

اتخذ نشر تابع كيفي على شكل سلسلة من التوابع الجيب وجيب التمام شكلا خاصا، يدعى بسلاسل فوريي. جاءت هذه التسمية نسبة إلى الفيزيائي الرياضي الفرنسي جوزيف فوريي الذي تمكن من حساب المعاملات C_n، تحمل اسمه: «معاملات فوريي». تقدم هذه السلاسل تفسيرا لبعض الظواهر الفيزيائية وبصفة خاصة ظاهرة انتشار الحرارة في الجسم. كانت دراسة هذه الظاهرة، أي دراسة تطور أو ارتفاع الحرارة لجسم من حيث تغيراتها بدلالة الزمن، تشكل أحد أهم مشاريع فوريي. تمكن هذا الأخير بعد إصرار ومثابرة، قاربت الخمس سنوات (من 1802 حتى 1807) من إيجاد

معادلة انتشار الحرارة في الأجسام الصلبة. قام بعد ذلك بوضع طريقة لحلها، تعرف اليوم بتحليل فوريي.

طرحت هذه المسألة، من قبل، في إطار آخر، في عام 1746 من طرف دالمبار (D'Alembert). حيث درس هذا الأخير معادلة حبل مهتز:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

وأعطى حلولا مؤقتة من الشكل $F(ct+x)+G(ct+x)$، حيث F و G دوال و c سرعة انتشار الموجة.

وفي عام 1748، عبر أولر (Euler) عن F و G استنادا إلى استطالة الحبل الابتدائية $u_0(x)$ وسرعته الابتدائية $u_1(x)$، وهذا بعد أن استنتج الدستور:

$$u(x,t)=\frac{u_0(x+ct)+u_0(x-ct)}{2}+\frac{1}{2c}\int_{x-ct}^{x+ct}u_1(\xi)d\xi$$

ولقد لاحظ أنه يمكن أخذ المعطيات الابتدائية على شكل منحنيين كيفيين.

إذن هل الحل هو تابع تحليلي (دالمبار) أو منحنى يرسم بطريقة اختيارية (أولر) ؟

عولجت من بين الأفكار المطروحة فكرة دانيال برنولى (Bernoulli) التي تقول إنه من الممكن تمثيل أي منحنى معطى على مجال $[0,2\pi]$ بسلسلة توابع الجيب وجيب التمام (افترض أن كل حلول معادلة الحبل المهتز تعطى بسلسلة توافقية).

كانت لكل من أولر ودالمبار أسباب جعلتهما ينكران هذه الإمكانية، أما برنولى فلم يتمكن من تعيين معاملات السلسلة. لم يفصل في هذه المسالة إلا سنة 1807 عندما قدم فوريي دساتير معاملاته.

ولقد انتقد معاصروه هذه النظرية الجريئة مثل لابلاس (Laplace) وبواسون (Poisson) ولاغرانج (Lagrange).

أحدث اكتشاف فوريي أثرا عظيما حتى ولو لم يقدم دراسة لتقارب السلسلة. لم تمنع كل التحفظات التي سايرت نشوء سلاسل فوريي من أن يكافأ صاحبها من قبل معهد العلوم على مذكرة قدمها عام 1812.

أعطي برهان نظرية فوريي عام 1829 من طرف ديريكليت (Dirichlet) الذي فرض على التابع الممثل شروطا على قدر من القساوة تحمل اسمه.

عرفت السلاسل موضوع الدراسة تطورا ملحوظا من خلال أعمال ريمان (Riemann) وديركليت وغيرهم...

3. هيكلة وتصميم

تتشكل مذكرتنا أساسا من ثلاثة فصول. يتضمن الفصلان الأول والثاني الخلفية النظرية للموضوع، في حين يستعرض الفصل الأخير أوجها تطبيقية له. وقد جاءت هيكلتها على هذا النحو:

أ. مقدمة.

ب. الفصل الأول:

يتضمن تعاريف وخصائص عامة، التي تتعلق بسلاسل فوريي.

ج. خصصنا الفصل الثاني لدراسة تقارب سلاسل فوريي.(البسيط، بالانتظام، النظيم).

د. الفصل الثالث:

استعرضنا فيه بعض التطبيقات لتوضيح أهمية طريقة فوريي من الناحية الرياضية وكذا الفيزيائية.

ه. دليل الرياضياتيين والفيزيائيين المذكورين.

و. معجم المصطلحات.

ز. خاتمة.

ح. فهرس.