

Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique

Ecole Normale Supérieure  
Vieux Kouba - ( Alger )

Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة  
القبة القديمة - ( الجزائر )  
قسم الرياضيات

## طريقة التدرج المرافق

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

تحت إشراف الأستاذ :  
- معيزة فرحات

من إعداد :  
- درعي راضية  
- بريشي أمينة  
- لقصير فتيحة

لجنة المناقشة :

\* سلماني كمال ..... رئيسا  
\* معيزة فرحات ..... مشرفا  
\* بلقاضي مولود ..... ممتحنا

السنة الجامعية: 2011/2010

دفعة جوان : 2011

# الفهرس

01 ..... مقدمة

## الفصل الأول : تذكير ببعض المفاهيم

03 ..... 1.1 ترميز

04 ..... 2.1 الأشكال التربيعية

04 ..... 1.2.1 تعريف

05 ..... 2.2.1 قضية

06 ..... 3.2.1 القيم القصوى

06 ..... • تذكير حول المصفوفة الهاسية

07 ..... 4.2.1 قضية

08 ..... 3.1 العلاقة بين تصغير شكل تربيعي و حل جملة  $Ax = b$

## الفصل الثاني : دراسة طريقة التدرج

11 ..... 1.2 طريقة التدرج لحل جملة خطية

11 ..... 2.2 خوارزمية طريقة التدرج

14 ..... 3.2 تقارب طريقة التدرج

16 ..... • دراسة التقارب في الحالة العامة

17 ..... • مثال : حالة  $n = 2$

## الفصل الثالث : دراسة طريقة الإتجاهات المترافقة

20 ..... 1.3 طريقة الإتجاهات المترافقة لحل جملة خطية

21 ..... • طريقة غرام - شميدت لإنشاء أساس متعامد

22 ..... 2.3 خوارزمية طريقة الإتجاهات المترافقة

23 ..... 3.3 تقارب طريقة الإتجاهات المترافقة

27 ..... • خاصية

---

## الفصل الرابع : دراسة طريقة التدرج المرافق

30	1.4 طريقة التدرج المرافق لحل جملة خطية .....
32	2.4 خوارزمية طريقة التدرج المرافق .....
43	3.4 دراسة تقارب طريقة التدرج المرافق .....
36	• دراسة كثيرات حدود تشييتشاف .....
40	4.4 إيجاد عداد التكرارات .....
42	5.4 دراسة حجم العمليات .....
44	6.4 إعداد طريقة التدرج المرافق .....
47	<b>الخاتمة</b> .....

- قائمة لأهم الرموز المستعملة
  - قائمة لأهم المصطلحات المستعملة
- المراجع

## مقدمة

تعد طريقة التدرج المرافق من أبرز الطرق التكرارية لحل الجمل الخطية الكبيرة ، خصوصا إذا كانت مصفوفات هذه الجمل جوفاء.

وضعت هذه الطريقة سنة 1952 من قبل الرياضيين هستنس (Hestnes) و ستيفل (Stiefel) [6] .

تستخدم طريقة التدرج المرافق لحل جملة خطية  $Ax = b$  حيث  $A$  مصفوفة حقيقية، متناظرة و معرفة موجبة.  $b$  شعاع من  $\mathbb{R}^n$ . تنشئ هذه الطريقة إنطلاقا من شعاع ابتدائي  $x_0$ ، متتالية متتهية  $x_0, x_1, \dots, x_n$  و تنتهي في حال أجريت الحسابات بدقة إلى الحل المنشود  $x_n = x$ ، نظريا يمكن القول أن طريقة التدرج المرافق طريقة مباشرة. غير أن أخطاء التدوير أثناء الحساب تحول دون بلوغ الحل الدقيق بعد  $n$  مرحلة ولهذا عمليا تستخدم الطريقة كطريقة تكرارية حيث يجري أكثر من  $n$  تكرار؛ كما هو الحال في الطرق التكرارية الأصلية، تجرى المراحل حتى  $x_k \rightarrow_{k+1}$  بلوغ الدقة المطلوبة.

إنّ طريقة التدرج المرافق ترجع حل الجملة الخطية  $Ax = b$  إلى تصغير التابع  $f(x) = \frac{1}{2}x^T Ax - b^T x$  (حيث  $x^T$  يرمز لنقول  $x$  وكما هو الحال في طريقة التدرج، فإن طريقة التدرج المرافق تقوم في كل تكرار بتصغير التابع  $f$  باتجاه معين . لذا بدأنا بعرض طريقة التدرج لإبراز فائدة طريقة التدرج المرافق . في طريقة التدرج ، يكون إتجاه التصغير في المرحلة  $x_k \rightarrow x_{k+1}$  معامدا لإتجاه التصغير في المرحلة  $x_{k-1} \rightarrow x_k$  أما في طريقة التدرج المرافق فاتجاه البحث في المرحلة  $x_k \rightarrow_{k+1}$  يكون معامدا بالنسبة للجداء السلمي  $x^T Ay$  لكل إتجاهات البحث السابقة و هو ما يفسر بلوغ الحل الدقيق بعد  $n$  تكرار على الأكثر.