وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة – الجزائر–

Ministère de l'enseignement Supérieur
et de la recherche Scientifique
ECOLE NORMALE SUPERIEURE
Vieux –kouba –ALGER-
Département de mathématiques

الحل التحليلي لصنف من المعادلات التفاضلية وتطبيقاتها في الفيزياء

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

من إعداد الطالبين:

- عيساوي عادل
- ربروب بلقاسم

تحت إشراف الأستاذة:

- بن عبيد الله الويزة

لجنـــــــــــة المناقشة:

- الأستاذ: عبد العزيز شوتري.....رئيسا
- الأستاذ: كمال سليماني.....ممتحنا
- الأستاذة: مسعودة رايس.....ممتحنة
- الأستاذة: الويزة بن عبيد الله.....مشرفة

السنة الجامعية 2006– 2007
(دفعـــــــة جوان 2007)

الفهـــــــــــــرس:

مقدمة:.....**1**

الفصـــل الأول:

I – المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الأولي.....3

I – 1– حل المعادلة التفاضلية.....3

I – 2– وجود الحل وشروط الأولية.....3

I – 3– وجود الحل والوحدانية.....3

I – 4–طريقة فصل المتغيرات.....4

I – 5– المعادلات المتجانسة.....4

I – 6– المعادلات المضبوطة.....5

II - المعادلات التفاضلية الخطية.....7

II – 1– تعريف.....7

II –2– أنواع المعادلات التفاضلية الخطية.....7

II –3– حل المعادلات الخطية.....7

II –4– المعادلات التفاضلية الخطية من المرتبة الأولى.....9

II –5 – معادلة برنولي.....9

II –6– المعادلات الخطية من الرتبة الثانية ورونسكي الحلول.....10

II –7– المعادلات التفاضلية المتجانسة من الرتبة الثانية ذات معاملات ثابتة.....11

II –8– المعادلة المميزة لمعادلة تفاضلية من الرتبة الثانية.....12

الفصـــل الثاني:

1– تمثيل تابع بسلسلة قوى.....15

2– تقارب السلاسل.....15

3– العمليات على السلاسل.....17

4– حل المعادلات التفاضلية باستعمال سلسلة تايلور.....17

5– حل المعادلات التفاضلية من الرتبة الثانية باستعمال السلاسل.....19

6– حل المعادلات التفاضلية في جوار النقاط الشاذة 22

7– طريقة فروبينيس لإيجاد الحل عند النقطة الشاذة النظامية.....23

8- الحل العام عند النقطة الشاذة النظامية.....24
9- معادلة بيسل التفاضلية: *Bessel's Equation*.....28
10- معادلة لجاندر.....30

الفصـــل الثالث:

I- مدخل إلى تحويل لابلاس.....32
I -1- تعاريف.....32
I -2- تحويل لابلاس.....32
I -3- وجود تحويل لابلاس.....32
I -4- تحويل لابلاس لبعض التوابع البسيطة..... 34
I -5- جدول تحويل لابلاس لبعض التوابع.....35
I -6- خواص تحويل لابلاس.....35
I -7- تحويل لابلاس لمشتقات التابع.....39
I -8- تحويلات لابلاس للتكاملات.....41
I -9- التحويل العكسي لتحويل لابلاس.....43
I -10- خواص تحويل لابلاس العكسي.....44
I- 11- الجداء التزاوج ونظرية بورل.....47
I- 12- التقاصر.....49
II- حل المعادلات التفاضلية بطريقة لابلاس.....50
II-1-حل المعادلات التفاضلية الخطية ذات معاملات ثابتة.....50
II-2-المعادلات التفاضلية ذات طرف ثان متقطع.....51
II-3-المعادلات التفاضلية الخطية ذات معاملات متغيرة.....54
II-4- حلول جمل المعادلات التفاضلية الخطية ذات معاملات ثابتة.....55

الفصـــل الرابع:

1- تطبيقات للمعادلات الخطية من الرتبة الأولى.....57
1-1- قانون نيوتن للتبريد.....57
1-2- الحركة بوجود قوة احتكاك متناسبة مع السرعة.....57
2- تطبيقات للمعادلات الخطية من الرتبة الثانية.....58

2-1- الحركة التوافقية البسيطة.....58
2-2- المعادلات التفاضلية للاهتزازات الميكانيكية والكهربائية.....60
2-2-1 المعادلات التفاضلية التي تصف الظواهر الكهربائية.....61
2-2-2- حل المعادلات التفاضلية للاهتزازات باستعمال تحويل لابلاس.....62
2-2-3- الاهتزازات الحرة.....64
2-2-4- الاهتزازات الميكانيكية والكهربائية في حالة القوة الخارجية دورية.....64
2-2-5- حل معادلة الاهتزازات في حالة الرنين (حالة التجاوب).....67
الخاتمة:
المراجع:

مقدمـــة:

من أهم فروع الرياضيات قديما وحديثا هو فرع المعادلات التفاضلية التي تعتبـــر عصب جل العلوم النشطة إذا لم نقل كلها، حيث نجد العديد من المسائل في مجال الهندسة والعلوم الفيزيائية والعلوم الاجتماعية تصاغ رياضيا على شكل معادلات تفاضلية، لمعرفة طرق إيجاد هذه حلول هذه المعادلات وجب علينا تصنيفها إلى عادية وخطية من جهـــة, وذات متغير واحد وذات متغيرين أو أكثر من جهة أخرى، بالإضـــافة إلـــى كثيـــر مـــن التصنيفات سيتم التطرق إليها. وتجدر الإشارة إلى أن بحثنا هذا يهتم بـــالطرق التحليليـــة لحل المعادلات التفاضلية لذلك سنركز في دراستنا على موضوعين هامين في باب الحـــل التحليلي وهما حل المعادلات باستعمال السلاسل وحلها باستعمال تحويل لابلاس بالإضافة إلى التطرق إلى بعض التطبيقات الفيزيائية.

ففي الفصل الأول تعرضنا باختصار إلى مفهوم المعادلات التفاضلية العادية ومعنى حل المعادلة التفاضلية بالإضافة إلى الشروط الأولية لوجود الحل، ثم إلى طريقة الحل وذلـــك بالنسبة إلى المعادلات ذات المرتبة الأولى بأنواعها المتجانسة والمضبوطة، ثم إلـــى حـــل المعادلات التفاضلية الخطية، حيث تطرقنا إلى وجود الحل والوحدانية ثم إلى شكل الحـــل لكل من المعادلات التفاضلية الخطية ذات المرتبة الأولى والثانية.

أما في الفصل الثاني من هذه المذكرة تناولنا طريقة مهمة وذات فعالية لحل المعادلات التفاضلية خاصة ذات العوامل المتغيرة التي يصعب علينا حلها بالطرق العادية، ألا وهي طريقة الحل باستعمال السلاسل.

فبدأنا بتذكير بمفاهيم عامة تخص طريقة تمثيل تابع بسلسلة فوري وشروط تقارب هذه السلسلة وأهم العمليات عليها. قبل أن نوظف هذه السلاسل في حل المعادلات التفاضـــلية، وركزنا على المعادلات ذات الرتبة الثانية والتي ميزنا فيها حالتين وهما الحل في جـــوار نقطة عادية والحل في جوار نقطة شاذة، وذلك بعد التطرق إلى مفهوم كل مـــن النقطـــة العادية والنقطة الشاذة، وختمنا هذا الفصل بدراسة معادلتين هامتين وهما معادلة لجانـــدر ومعادلة بيسل.

في الفصل الثالث تطرقنا إلى تحويل لابلاس الذي بواسطته يمكن تسهيل حل كثير من المسائل التي يصعب حلها بالطرق العادية نظرا للأهمية الكبيرة لهذا التحويل، تطرقنا إلى مفهومه وشروط وجوده وأهم الخواص التي يتمتع بها قبل أن نعرف التحويل العكسي لابلاس وأهم خصائصه، ثم إلى حساب بعض التكاملات بواسطة تحويل لابلاس.
في الأخير تعرضنا إلى نظريي اللف والتقاصر التي تعتبران من أهم النظريات في تحويل لابلاس نظرا لأهميتها التطبيقية.

في الفصل الأخير تطرقنا إلى بعض تطبيقات المعادلات التفاضلية عامة وركزنا على تطبيقات تحويل لابلاس تطرقنا أولا إلى تطبيقات المعادلات التفاضلية الخطية من الرتبة الأولى، فعرضنا حركة جسم بوجود قوة احتكاك متناسبة مع السرعة ثم تطبيقات المعادلات التفاضلية الخطية من الرتبة الثانية، وعرضنا فيها الحركة التوافقية البسيطة.
وفي الأخير عالجنا المعادلات التفاضلية للاهتزازات الميكانيكية والاهتزازات الكهربائية.