Ministère de l'enseignement supérieur
et de la recherche scientifique
Ecole normale supérieure
Vieux Kouba(Alger)
Département de Mathémathiques

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة (الجزائر)
قسم الرياضيات

مذكرة لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

نظرية النقاط الصامدة في فضاءات سوبولاف و تطبيقاتها على المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية

إعداد الطالبات :
بن سعيدان خيرة هاجر
خليل يمينة
سلماني فوزية

إشراف الأستاذ :
موساوي توفيق

لجنة المناقشة

أ.سحنون زهيرة :أستاذة مكلفة بالدروس.................................رئيسة
أ. باشوش كمال : أستاذ مكلف بالدروس................................ممتحنا
أ. موساوي توفيق : أستاذ مكلف بالدروس.............................مشرفا

السنة الجامعية 2007- 2008
(دفعة جوان: 2008)

فهرس

الفصل الخامس

الفصل السادس

مقدمة

تتناول هذه المذكرة نظرية النقاط الصامدة في فضاءات سوبولاف $Sobolev$ وتطبيقاتها في المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية، حيث أن مفهوم النقطة الصامدة لتطبيق ما معرف من المجموعة A نحو أخرى B يتمثل في الحل u للمعادلة $Tu = u$.

نستطيع كتابة كل معادلة حقيقية $F(u) = 0$ على شكل معادلة نقطة صامدة، لذا فنظرية النقطة الصامدة بجعبتها وسائل مفيدة لإثبات وجود حل بعض المعادلات.

يتضمن هذا العمل صنفا هاما من الفضاءات، وتأتي هذه الأهمية من كون إنتماء تابع u للفضاء $L^p(\Omega)$ حيث Ω مفتوح من $\mathbb{R}^n$ لا يعني إنتماء مشتقه بالمفهوم التوزيعي لهذا الفضاء، لذلك كان من الضروري البحث عن صنف من الفضاءات التي تسمح بإنتماء التابع u و مشتقه إلى الفضاء $L^p(\Omega)$، يسمى هذا النوع من الفضاءات فضاءات سوبولاف $Sobolev$.

هذا العمل البسيط يتوزع إلى ستة فصول:

يقدم الفصل الأول مختصرا لبعض التعاريف و الخواص الأساسية حول المعادلات التفاضلية الجزئية.

أما الفصل الثاني فيتناول محتواه تعريفات خاصة بفضاءات سوبولاف $Sobolev$ وصياغة تغيرات المسائل في النهايات ذات البعد 1

كما يتناول الفصل الثالث فضاءات سبولاف $Sobolev$ وصياغة تغيرات المسائل في النهايات ذات البعد N.

كلا من الفصلين الثاني والثالث يتضمن محتواهما تعريفات خاصة بفضاءات سوبولاف $Sobolev$ $W^{m,p}(\mathrm{I})$ و $W^{m,p}(\Omega)$ على الترتيب مع $p \geq 1$ وذلك حسب قيم m، تتخللهما نتائج ونظريات مرتبطة بشكل خاص بالتقريب في هذه الفضاءات، نقصد بالتقريب دراسة بعض المجموعات الكثيفة في $W^{m,p}$، كما قدمنا متباينات سوبولاف $Sobolev$ ضمن دراسة العلاقة بين L^p و $W^{m,p}$ من حيث الإحتواءات الممكنة و ذلك تبعا لقيم m, p, N.

كما تطرقنا أيضا إلى قضايا مهمة في فضاء التوزيعات $\mathrm{D}'(\Omega)$.

خصص الفصل الرابع لتقديم النظريات الأساسية للنقطة الصامدة والتي تتمثل في نظريات $Banach$، $Brouwer$، $Schauder$ و $Tychonov$.

أما الفصل الخامس خصص لدراسة نظرية جديدة للنقاط الصامدة مع فقدان شرط التراص.

أخيرا أولينا في الفصل السادس أهمية خاصة للتطبيقات التي تتمتع بها نظرية النقاط الصامدة في فضاءات سوبولاف $Sobolev$. تتمثل هذه التطبيقات أساسا في دراسة وجود و وحدانية حلول بعض المسائل الناقصية الخطية و غير الخطية و إعطاء ما يعرف بالصيغة التغايرية لها، فآلت عملية البحث عن حل لمسألة حدية إلى البحث عن الحل الضعيف لهذه المسألة و هذا بمعرفة خواص هذا الحل كإنتمائه مثلا للفضاء $W^{m,p}(\Omega)$ و هو ما يؤدي عموما إلى حل المسألة الأصلية.