

Ministère de l'enseignement supérieur  
et de la recherche scientifique  
Ecole normale supérieure  
Vieux Kouba(Alger)  
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
المدرسة العليا للأساتذة  
القبلة القديمة (الجزائر)  
قسم الرياضيات

مذكرة معدة استكمالاً لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

# شروط كافية تسمح بتحول تكامل لوبيغ لتكامل ريمان والعكس.

إشراف:  
هبول دوجة

إعداد:  
عقون لامية

## لجنة المناقشة

أ. بورغدة عبد الوهاب: أستاذ مكلف بالدروس.....رئيسا  
أ. دبة مصطفى: أستاذ مكلف بالدروس.....ممتحنا  
أ. هبول دوجة: أستاذة التعليم العالي.....مشرفا

السنة الجامعية 2007-2008  
(دفعة جوان: 2008)

## فهرس المواضيع

الموضوع	الصفحة
مقدمة	1
<b>الفصل الأول</b>	
I . تكامل ريمان	3
1.I- تذكير بتعريف بعض النهايات	3
2.I- تذكير حول تكامل ريمان	6
1.2.I- تقسيمات مجال	6
2.2.I- مجاميع ريمان	7
3.2.I- تكامل ريمان العلوي وتكامل ريمان السفلي	7
4.2.I- تعريف تكامل ريمان	8
3.I- التابعين $f^*$ و $f_*$	9
<b>الفصل الثاني</b>	
II. تكامل لوبيغ	10
1.II- بعض النتائج حول نظرية القياس	10
1.1.II- تعاريف	10
2. II- بعض النتائج حول تكامل لوبيغ	11
1.2. II- تكامل التوابع الموجبة	11
2.2. II- تكامل التوابع من إشارة كيفية	13
<b>الفصل الثالث</b>	
III. المقارنة بين تكامل لوبيغ وريمان	17
1.III- تعريف $f^*$ و $f_*$	17
2.III- شروط كافية للتحويل من تكامل لوبيغ لتكامل ريمان	27
3.III- حوصلة توضح العلاقة بين أبسط أنواع التكامل	38
خاتمة	40
المراجع	41
الرموز المستعملة	42



## مقدمة

كما هو معلوم في نظرية المكاملة أن تكامل لوبيغ هو تعميم لتكامل ريمان إلى التتابع غير المستمرة أو شديدة النقطع، يتعامل هذا التكامل مع تابع واحد فقط معرف على مجموعة قيوسة من فضاء مقياس وبقياس موجب. جاء هذا التكامل ليتم بعض نقائص تكامل ريمان مثل المرور إلى النهاية تحت إشارة تكامل. لكن عمليا حساب تكامل ريمان للتتابع القابلة للمكاملة أسهل بكثير من حساب تكامل لوبيغ لها. لذا سوف نرى في هذه المذكرة تحت أي شروط يمكن لأن نحول تكامل لوبيغ على □ أو أي جزء منه إلى تكامل ريمان والعكس.

وعلى هذا الأساس قسمنا المذكرة إلى فصلين:

ففي الفصل الأول نعطي تذكير لبعض المفاهيم في التحليل وحول نظرية القياس والمكاملة، التي نعتمد عليها في تبرير البراهين الموجودة في الفصل الثاني.

أما الفصل الثاني تطرقنا فيه إلى المقارنة بين تكاملي لوبيغ وريمان والشروط التي تسمح بتحول أحدهما للآخر ووضحنا ذلك من خلال خواص ونظريات تم البرهان عليها تفصيليا.

وفي نهاية هذا الفصل نبين العلاقة بين أبسط أنواع التكامل المتمثلة في تكامل لوبيغ، ريمان وريمان المعممة وأهم نقطة فيها تتمثل في كون أنه ليس كل تابع قابل للمكاملة المعممة حسب ريمان لوبيغ كمول.