الفهرس

مقدمة

إنّ حساب التفاضل و التكامل الكسريين (التحليل الكسري) هو أحد مجالات التحليل الرياضي الذي يناقش بحث و تطبيقات التفاضل و التكامل برتب غير صحيحة في $\mathbb{R}$ أو $\mathbb{C}$ ، ورغم أنه ظهر قديما إلا أنّه يعتبر حديثا. فهو قديم لإتفاق معظم الباحثين في تاريخ الرياضيات على أنّ ميلاد التحليل الكسري يعود إلى حوالي 300 سنة تقريبا، ففي 30 سبتمبر 1695 ، بعث " ماركيز دو لوبيتال $(Marquis\ de\ l'Hôpital)$ " برسالة إلى " غوتفريد ويلهولم لايبنيز $(Gottfrid\ Wilhelm\ Leibniz)$ " سائلا إياه عن ملاحظة خاصة ببحثه المتعلق بحساب المشتق من الرتبة n : $\dfrac{d^n v}{dv^n}$ للدالة $f(v) = v$. و كان سؤال لوبيتال كالآتي: " ماهي نتيجة الإشتقاق إذ كان $n = \dfrac{1}{2}$ ؟ " ، فكان جواب لايبنيز كمايلي: " السؤال يبدو متناقضا مع ذلك فهو يحتمل الصحة... " . بهذه الكلمات تمّ ظهور التحليل الكسري.

ثمّ نال هذا الموضوع اهتماما كبيرا من طرف علماء الرياضيات و الفيزياء نذكر من بينهم: أولر $(L.Euler)$ $(1707-1783)$ في 1730 ، لابلاس $(Laplace)$ $(1749-1827)$ في 1812 ، فوريي $(J.B.J.Fourier)$ $(1768-1830)$ في 1822 ، ليوفيل $(J.Liouville)$ $(1809-1882)$ في 1832 ، ريمان $(G.F.B.Riemann)$ $(1826-1866)$ في 1847 ...

ومن ناحية أخرى فإنّه موضوع حديث لأنّه اكتسب رواجا و أهمية كبيرة في العقود الثلاثة الأخيرة، فقد أصبح موضوعا و هدفا لعديد من المؤتمرات التخصصية و البحوث الجامعية. و يعود فضل المؤتمر الأول في هذ المجال إلى روز $(Ross)$ الذي نظم هذا المؤتمر في حساب التفاضل و التكامل الكسريين و تطبيقاته في جامعة " New Haven " في جانفي 1974 ، و قد قام بإعداد كتاب عن وقائع المؤتمر. و يعود الفضل في كتابة أول دراسة إلى أولدهام $(Oldham)$ و سبانير $(Spanier)$ الذين بدآ بتأليف كتاب بعد جهد مشترك عام 1968 في حساب التفاضل و التكامل الكسريين و أصدراه عام 1974 . و فضلا عن ذلك نلفت الانتباه إلى أبحاث كابوتو $(caputo)$ في 1967 .

و في وقتنا الحاضر هناك اهتمام ملحوظ بهذا الموضوع، فعدد المنشورات و الملتقيات العلمية التي كرست من أجله تشهد على أهمية المسائل التي يثيرها هذا الموضوع من الناحيتين النظرية و التطبيقية.

تظهر تطبيقات الحساب الكسري في مختلف مجالات العلوم و الهندسة، فمثلا يطبق في مجال التحليل العددي، المعادلات التفاضلية، الدارات الكهربائية، نظرية الإحتمالات و الإحصاء، الكيمياء، الفيزياء والبيولوجيا ...

الهدف الأساسي لهذه المذكرة هو دراسة وجود و وحدانية الحل لبعض المعادلات التفاضلية

الكسرية. وتتألف هذه المذكرة من 3 فصول، وفيها:

- الفصل الأول: وهو فصل تمهيدي نذكر فيه بعض التوابع الخاصة بالتحليل الكسري، كما نقدم بعض التعاريف الأكثر انتشارا و استعمالا للتفاضل و التكامل الكسريين و بعض خواصهما.
- الفصل الثاني: نتناول فيه بعض نظريات الوجود و الوحدانية لبعض المعادلات التفاضلية الكسرية بالإضافة إلى طريقة تحويل لابلاس في حل المعادلات التفاضلية الكسرية.
- الفصل الثالث: نذكر فيه بعض تطبيقات التفاضل و التكامل الكسريين و المعادلات التفاضلية الكسرية.