المدرسة العليا للأساتذة
القبّة القديمة - (الجزائر)
قسم الرياضيات

Ecole Normale Supérieure
Vieux Kouba - Alger
Département de Mathématiques

مبدأ التمديد التحليلي

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

من اعداد :
⋆ ديبس عبد القادر
⋆ قـادري الساسـي

تحت إشراف الأستاذ:
⋆ محمود سعود

لجنة المناقشة:

* الأستاذ : سلماني كمال ..... رئيسًا
* الأستاذة: بن حسين مريم حرم مصطفاي ..... ممتحنة
* الأستاذ : محمود سعـــود ..... مشرفًا

السنة الجامعية: *2010/2011*

دفعة جوان: *2011*

الفـــــهرس

مقدمة 1

1 مدخل الى الأعداد العقدية

1.1 تعريـف 03

2.1 الجمع و الضرب فى $\mathbb{C}$ 03

3.1 نتيـجة 04

4.1 نظريـة 04

5.1 الشكل الجبري 04

6.1 مرافق عدد عقـدي 05

7.1 نظرية (خواص المرافق) 05

8.1 الشكل المثلثي 06

9.1 نظريـة ديموافـــر 09

10.1 نظريـة (خواص القيمة المطلقة) 09

11.1 الجذور النونية 10

12.1 القسمة في $\mathbb{C}$ 11

13.1 المستوي العقدي 12

1.13.1 الجوار المفتوح 12

2.13.1 الجزء المفتوح 12

3.13.1 الترابط ببساطة 12

2 التوابع العقدية و بعض خواصها

1.2 تعريف 14

1.2.2 التابع متعدد القيم 14

2.2.2 نهاية تابع 14

3.2.2 نظرية 15

3.2 الإستمرار 16

1.3.2 تعريف 16

2.3.2 نظرية 16

4.2 التابع القابل للمفاضلة 17

5.2 الإشتقاق 17

1.5.2 تعريف 17

2.5.2 نظرية 18

3.2.2 معادلتي كوشي ـ ريمان 18

6.2 نشر لوران 19

1.6.2 تعريف 19

2.6.2 النقاط الشاذة(المنعزلة و القابلة للإزالة) 20

7.2 التوابع التحليلية 21

1.7.2 تعريف 21

2.7.2 نظرية 21

3.7.2 نظرية 22

8.2 التابع الممثل بسلسلة قوى 22

1.8.2 تعريف 22
2.8.2 تعريف 22
3.8.2 نظرية 23
9.2 التوابع الصحيحة 24
1.9.2 تعريف 24
2.9.2 أنواع التوابع الصحيحة 24
10.2 السبيل (الطريق) 24
1.10.2 التغير المحدود لتابع 24
2.10.2 تعريف الطريق 24

3 الإمتداد التحليلي

1.3 نظرية المطابقة في التوابع التحليلية 26
1.1.3 تعريف 26
2.1.3 نظرية 26
3.1.3 نظرية 27
4.1.3 نظرية 27
5.1.3 نظرية 27
2.3 مبدأ التمديد التحليلي 28
1.2.3 نظرية 30
2.2.3 التمديد التحليلي بسلاسل القوى و التعريف الكامل للتوابع التحليلية.
3.2.3 نظرية 34
4.2.3 التمديد التحليلي على طول طريق 34

3.3 نظرية الوحدانية 35
1.3.3 تعاريف 36
2.3.3 نظرية 38
3.3.3 نظرية الوحدانية 38
الخاتمة 40
المراجع 42

مقدمـــة

لقد كانت الأعداد من النتائج الرياضياتية الأولى التي أبدعتها الإنسانية ، و اجتهدت في تطويرها الى أن توصلت الى مجموعة الأعداد الحقيقية ، هذه الأخيرة التي لم تغطي احتياج الرياضي أثناء بحثه عن حلول لمشاكل رياضاتية مطروحة من بينها حل معادلات من الدرجة الثانية مميزها سالب ، مثل : $x^2+2=0$.مما أدى بالرياضي الى البحث عن وسائل جديدة تغطى النقص الموجود في مجموعة الأعداد الحقيقية ، فكانت نتيجة البحث هي الوصول الى عدد جديد سمي فيما بعد عددا عقديا ، حيث أدت فكرة هذا العدد الى توسيع مجموعة الأعداد لمجموعة يمكن الحصول فيها على حلول للمعادلات المذكورة أعلاه ، سميت بمجموعة الأعداد العقدية (أو المركبة)،كما عرفت توابع عقدية تملك خواص أكثر عمومية كالتوابع التحليلية ، ليندرج كل هذا في علـــم مستقل ألا و هو التحليل العقدي ، الذي أصبح جزءا أساسيا من الحاجة اليومية للرياضيين و المهندسين و الفيزيائيين . . . ، و من بين المسائل التي عالجها التحليل العقدى ، مبدأ التمديد التحليلي و التي سنحاول توضيحها في مذكرتنا هذه .

لكن قبل الخوض في صلب الموضوع المطروح ، نحتاج أولا الى معرفة خواص الأعداد العقدية و هذا ما سنتطرق إليه في الفصل الأول ، إضافة لحاجتنا الى معرفة التوابع العقدية و بعض خواصها و هو ما سنعرضه في الفصل الثاني ، أما الفصل الثالث تناولنا فيه مبدأ التمديد التحليلي (نظرية المطابقة في التوابع التحليلية ، نظرية التمديد التحليلي ، نظرية الوحدانية).