وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة (الجزائر)

قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement supérieur
et de la recherche scientifique
Ecole normale supérieure
Vieux Kouba(Alger)
Département de Mathémathiques

مذكرة لنيل شهادة التعليم الثانوي تحت عنوان

مؤثرات فريدهولم Fredholm

من إعداد الطالبتين:
روابـح سميـة
لصطب خديجة

تحت إشراف الأستاذ
أبو بكر خالد سعد الله

لجنة المناقشة

الأستاذ:	.....	رئيسا
الأستاذ:	.....	ممتحنا
الأستاذ: أبو بكر خالد سعد الله		مشرفا

السنة الجامعية:2010-2011
(دفعة جوان: 2011)

الفهرس

مقدمة 1

الفصل الأول: تذكير ببعض المفاهيم الأساسية

1. لمحة تاريخية حول فريدهولم Fredholm.....3

2. تعاريف.....5

2. 1 بعض التعاريف في الفضاء المتراص.....5

2. 2 بعض التعاريف في الفضاء الثنوي.....6

2. 3 بعض تعاريف وخواص التطبيقات الخطية.....7

2. 4 بعض النظريات الأساسية.....8

الفصل الثاني: نظرية ومؤثرات فريدهولم

1. المؤثرات المتراصة وبعض خواصها.....9

2. مؤثرات فريدهولم و خصائصها.....16

3. نظرية فريدهولم.....22

3. 1 تناوبية فريدهولم.....26

الفصل الثالث: تطبيق نظرية فريدهولم على المعادلات التكاملية

1. معادلات فريدهولم التكاملية.....30

2. مؤثر فريدهولم التكاملي.....30

3. المعادلات ذات النوى المتناظرة.....33

4. نظرية فريدهولم في حالة النوى المنحلة.....34

5. نظرية فريدهولم في حالة النوى غير المنحلة.....35

6. المعادلات التكاملية من النوع الأول.....37

المصطلحات.....39

المراجع.....44

الفهرس.....46

مقدمة

طرح النشاط الفكري والتطبيقي للإنسان عدة مسائل، عدد منها تم نمذجته في شكل معادلات تفاضلية ومعادلات تكاملية. وقد سمحت هذه النمذجة ببناء إطار نظري قوي لدراسة صنف هذه المسائل.

يملك هذا الإطار النظري الآن كمّا هائلا من النتائج التي تسمح بالإجابة عن السؤالين الأساسين لمثل هذا النوع من المسائل هما: وجود الحلول والوحدانية إضافة إلى دراسة سلوك هذه الحلول.

لقد وجدت نظرية المعادلات التكاملية في بادئ الأمر كطريقة لحل المعادلات التفاضلية، ثم تطورت لتصبح فرعا من فروع التحليل الدالي. وتعتبر نظرية فريدهولم Fredholm من أبرز النتائج التي يعتمد عليها هذا الفرع من المعادلات.

لقد أخذت هذه النظرية شكلها النهائي على يد ريز Riesz (1918) وشودر Schauder (1930).

وتعتبر نظرية المؤثرات المتراصة والتي نحاول تقديم تمهيدا لها في مذكرتنا هذه المحور الأساسي لمؤثرات فريدهولم وكذا لنظرية المعادلات التكاملية.

ونحن نسعى من خلال هذه الدراسة إلى:

أ) تقديم تعاريف وبعض خصائص مؤثرات فريدهولم وكذلك المؤثرات المتراصة.

ب) التطرق إلى نظرية فريدهولم وكذا تناوبية فريدهولم.

ج) تطبيقات نظرية فريدهولم على المعادلات التكاملية.

ولذا ارتأينا تقسيم مذكرتنا إلى ثلاثة فصول:

سنتناول في الفصل الأول تذكيرا ببعض المفاهيم الاساسية.

أما الفصل الثاني فسنقدم فيه تعريف وخصائص المؤثرات المتراصة، وكذا مؤثرات فريدهولم وخصائصها لنختم الفصل الثاني بتقديم نظرية وتناوبية فريدهولم.

وفيما يخص الفصل الثالث فسنتطرق إلى تطبيق نظرية فريدهولم على المعادلات التكاملية.

ومن خلال تتبعنا لدارسة هذا الموضوع، نقول إننا لم نوفه حقه، لأنه يحتاج إلى دراسة أكثر عمقا. غير أننا نأمل أن تحفز دراستنا الطلبة الباحثين ليجدوا في عملنا مدخلا لمؤثرات فريدهولم.