Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
-Vieux Kouba - (Alger)
Département de Mathémathiques

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
ـ القبة القديمة ـ (الجزائر)
قسم الرياضيات

نظرية Galois

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

إعداد:
♦ آيت وعراب سعاد
♦ كرالي منال

تحت إشراف الأستاذ:
★ آيت مختار أحمد

تناقش يوم 2010/05/25 من طرف لجنة المناقشة:

ـ الجيلالي بن عياط .... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة .... رئيسًا
ـ آيت مختار أحمد .... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة .... مشرفًا
ـ دربال عبد الله .... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة .... مناقشًا

السنة الجامعية: *2010/2009*

دفعة جوان: *2010*

الفهرس

الفصل الأول (I) **:كثيرات الحدود في الحلقة العاملية**

1– **تذكير**

1.1– الحلقة 2

2.1– الحلقة التامة 2

3.1– الحلقة العاملية 3

4.1– الحقل 3

2– **حلقة كثيرات الحدود**

1.2– بعض خواص لجذر كثير حدود 4

2.2– كثير الحدود غير القابل للإختزال 5

3.2– معايير عدم قابلية الإختزال 8

4.2– كثير الحدود الفصول 14

الفصل الثاني (II) **: توسيع** $Galois$

1– **التوسيعات**

1.1– التوسيع 18

2.1– درجة التوسيع 19

3.1– قانون الجداء 20

4.1– العنصر الجبري و كثير الحدود الأصغري 24

2– **التوسيعات الجبرية**

1.2– التوسيع الجبري 30

2.2– التوسيع الجبري البسيط 32

3.2– حقل جذور كثير حدود 40

4.2– التوسيع الإعتيادي 41

5.2– التوسيع الفصول 44

6.2– توسيع *Galois* 45

الفصل الثالث (III) **: زمرة** *Galois* **و تطبيقاتها**

1– **زمرة** *Galois*

1.1– زمرة *Galois* 47

2.1– زمرة *Galois* لكثير حدود 55

2– **مرافقات** *Galois*

1.2– نظريات 60

2.2– المبرهنة الأساسية لنظرية *Galois* 67

3– **التطبيقات** 76

مقدمة

درس الكثير من العلماء الرياضيين حل المعادلات الجبرية ، من بينهم البابليون الذين وجدوا في حوالي 1700 ق م طريقة عامة لحل المعادلات من الدرجة الثانية ، أما بالنسبة للمعادلات من الدرجة الثالثة فقد إستطاع *Scipiodel Ferro* في عام 1515 إيجاد حلول جبرية للمعادلات من الشكل $x^3+px+q=0$ و في عام 1540 أعطى *Lodovico Ferrari* طريقة لحل المعادلات من الدرجة الرابعة من الشكل $x^4+px^2+qx+r=0$.

بالإضافة إلى مجموعة من العلماء الذين بحثو في قابلية حل المعادلات الجبرية عن طريق الجذور ، من بينهم *Euler* عام 1762 و *Paolo Ruffini* ما بين 1802 و 1813 الذي أثبت أن المعادلة من الدرجة الخامسة غير قابلة للحل عن طريق الجذور ، و بعده *Abel* ما بين 1823 و 1826 الذي درس قابلية الحل لبعض المعادلات ذات الدرجة أكبر أو يساوي 5 . لكن هذه البراهين صعبة و تتطلب خطوات طويلة .

أخيرا و في عام 1830 ، *Galois* و من دون أن يعرف نتائج *Abel* و عن طريق ما توصل إليه فيما يخص زمرة *Galois* ، مرافقاتها ، الزمر الجزئية الناظمية و بإستعمال الزمر التحليلية ، إستطاع حل مشكل قابلية حل المعادلات الجبرية عن طريق الجذور بإستعمال زمرة *Galois* المرافقة لهذه المعادلة . و هذا ما سنتطرق إليه في نهاية بحثنا هذا في الفصل الثالث بعد تقديم عموميات حول كثيرات الحدود و معايير قابلية الإختزال في الفصل الأول و توسيعات الحقول و أنواعها في الفصل الثاني .