الجمهوريـــة الجزائريـــة الديمقراطيـــة الشعبيـــة

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة – الجزائر

Ministère de l'Enseignement Supérieure
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux – Kouba (Alger)

قسم الرياضيات

Département de Mathématiques

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

معادلة الحرارة

من إعداد:

- بوجلطي نايلة
- بوهنوش جميلة
- عبدون فلة

تحت إشراف الأستاذة:

زيتوني ليلى

لجنة المناقشـــة:

- الأستاذ: شوتري عبد العزيز — رئيسا
- الأستاذة: سحنون زهيرة — ممتحنا
- الأستاذة : زيتوني ليلى — مشرفا

السنة الدراسية :2009–2010

دفعـــة جـــوان

الفهرس

مقدمة.....1

مدخل إلى المعادلات التفاضلية.....4

الفصل الأول : سلاسل فوريي و تحويل فوري

1.1 تعاريف.....8

2.1 صيغة أولر- فوريي.....11

3.1 مبرهنة فوريي.....13

4.1 تقارب سلاسل فوريي.....13

5.1 تحويل فوري 15

الفصل الثاني : معادلة الحرارة في البعد 1

1.2 الشرط الإبتدائي و الشروط الحدية لمعادلة الحرارة في البعد 1.....18

2.2 الحل بطريقة فصل المتغيرات.....19

3.2 وحدانية الحل.....26

الفصل الثالث: معادلة الحرارة في البعد n

1.3 معادلة الحرارة من الرتبة الثانية ذات البعد n.....29

2.3 الحل الأساسي لمعادلة الحرارة من الرتبة(2) في البعد n.....30

3.3 مبدأ القيمة العظمى ووحدانية الحل.....39

4.3 وحدانية الحل بطريقة تكامل الطاقة.....43
5.3 الإنتظام على ساحة محدودة.....47

الفصل الرابع : الحل العددي لمعادلة الحرارة في البعد 1

1.4 حل معادلة الحرارة بطريقة الفروق المنتهية.....50
2.4 تمثيل الحل التقريبي بيانيا.....53

الفصل الخامس : القراءة الفيزيائية لمعادلة الحرارة

1.5 تعاريف.....60
2.5 طرق انتشار الحرارة.....60
3.5 القراءة الفيزيائية لمعادلة الحرارة في البعد 1.....62
4.5 القراءة الفيزيائية لمعادلة الحرارة في البعد n.....64
الخاتمة.....66
الملحق.....67
مصطلحات.....70

مقدمة

تعتبر المعادلات التفاضلية فرعا من أهم فروع الرياضيات، وتظهر هذه الأهمية جليا من خلال معالجتها لعدد كبير من المسائل منها ما يتعلق بالكهرباء و ميكانيكا الموائع والوراثة وحتى الاقتصاد وغيرها...، ومعادلة الحرارة أبسط مثال عن المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية.

أول دراسة تفصيلية لحل معادلة الحرارة كانت على يد **جوزيف فوريي Jean- Baptiste Fourier (1768-1830)** ، الذي عبرعن ظاهرة التوصيل الحراري في الجسم الصلب بعلاقة رياضية، ألا وهي معادلة الحرارة، وأعطى صيغة الحل على شكل سلاسل مثلثية أو ما أصبح يدعى بسلاسل فوريي، مع كيفية حساب المعاملات وكان ذلك عام **1807**.

وبعد عدة أعوام من العمل المتواصل استطاع أن يعرض نتائج بحثه في كتاب أعطاه إسم **النظرية التحليلية للحرارة، Théorie analytique de la chaleur** وذلك سنة **1822** ، الذي ساهم بعدها في فتح المجال للبحث عن سبل أخرى لحل معادلة الحرارة، نذكر منها الحل الأساسي، الذي هو أكثر عمومية من طريقة فوريي، إذ أنه يعطي حلا عاما على أي ساحة كانت، عكس فوريي الذي يعطي الحل على ساحة محدودة في الجسم الصلب.

من خلال إعدادنا لهذا العمل حاولنا تسليط الضوء على أهم ما يخص معادلة الحرارة سواء تحليليا، عدديا أو فيزيائيا.

ففي الفصل الأول، تطرقنا إلى دراسة سلاسل فوريي التي هي بمثابة المفتاح لولوج باب معادلة الحرارة.

أما في الفصل الثاني، فقد حاولنا دراسة معادلة الحرارة في البعد 1 مع التعريف بإحدى طرق حلها، وهي طريقة فصل المتغيرات الناتجة عن سلاسل فوريي.

وفي الفصل الثالث، فقد تعرضنا إلى معادلة الحرارة في البعد n، من حيث وجود الحل، وحدانيته و كيفية حسابه، سواءا في المسألة المتجانسة أوغير المتجانسة عن طريق تحويل فوريي، وهنا نكون قد أنهينا الدراسة التحليلية لهذه المعادلة.

وفيما يخص الدراسة العددية، فقد قمنا في الفصل الرابع بإيجاد الحل العددي لمعادلة الحرارة باستعمال أبسط مخطط بطريقة الفروق المنتهية، وبرمجة الحل ببرنامج MATLAB.

في الأخير تطرقنا إلى التطبيق الفيزيائي لمعادلة الحرارة في البعد 1 والبعد n.