

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère de l'enseignement Supérieur  
et de la recherche Scientifique  
Ecole Normale Supérieure  
Vieux - Kouba (Alger)  
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
المدرسة العليا للأساتذة  
القبية القديمة - الجزائر  
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي  
بعنوان

# مدخل إلى نظرية المؤثرات

تحت إشراف الأستاذ:

محمد حازي

من إعداد:

بوعمره خديجة

لعرابة أم الخير

لجنة المناقشة:

الأستاذ: طالب محمد الطاهر ..... رئيسا

الأستاذ: آيت مختار أحمد ..... ممتحنا

الأستاذ: محمد حازي ..... مشرفا

دفعة جوان 2010

## الفهرس

06	.....	مقدمة
06	.....	(1) لماذا هذا الموضوع؟
06	.....	(2) لمحة تاريخية
08	.....	(3) هيكله

### الفصل الأول: تذكير

10	.....	1.I التطبيقات الخطية
12	.....	2.I مبرهنات أساسية

### الفصل الثاني: دراسة المؤثرات الخطية

14	.....	1.II مقلوب مؤثر والقابلية للقلب
16	.....	2.II المؤثر القرين
23	.....	3.II طيف مؤثر
26	.....	4.II المؤثرات المتراسة

### الفصل الثالث: تطبيقات لنظرية المؤثرات

32	.....	1.III تطبيقات نظرية فريدهولم
40	.....	الخاتمة
41	.....	دليل العلماء المذكورين
46	.....	المراجع

## مقدمة

### 1. لماذا هذا الموضوع

عدنا في شهر أكتوبر بعد انقضاء عطلتنا وكلنا شوق للدراسة، إنه عام التخرج الذي تجنى فيه المحاصيل. هرونا إلى الإطلاع على مجموعة المواضيع المقترحة من قبل قسمنا والخاصة بمذكرات التخرج. لفت انتباهنا مدخل إلى نظرية المؤثرات. حصل لدينا اقتناع أننا لم نوفه حقه من الدراسة ولم نتزود منه بما فيه الكفاية بالرغم من تعدد لقاءاتنا بمكوناته التي تعد أداة أساسية في أكثر من مقياس: التوزيعات، المعادلات التفاضلية، الجبر الخطي،...، الطبولوجيا. لقد كان مقررا في هذه الأخيرة لكن لضيق الوقت أو لظروف نجهلها لم نتمكن من الولوج في هذا الموضوع. أردنا بهذه المذكرة أن نعود ونفتح هذا الفضاء من أوله ونتوغل في دواليبه ما استطعنا إلى ذلك سبيلا.

### 2. لمحة تاريخية

يعتبر التحليل التابعي فرعا من التحليل الرياضي، يهتم بدراسة فضاءات التوابع وعناصرها: أدوات وبنيات. نسلط الأضواء على أهم المحطات التي عرفها تحول وتطور هذا الفرع.

#### ▪ قبل 1903

يسجل التاريخ أن ليونارد أولر (Leonard Euler) هو أحد مؤسسي التحليل التابعي. اعتبر سنة 1748، من خلال نشر دراسة حول مدخل إلى تحليل الصغائر، توابع المتغيرات عنصرا مهما في التحليل. أبرز مختلف أنواع التوابع. طور الرياضيون بعد ذلك دراستهم أساسا حول التوابع التحليلية ثم الناقصية وأنواع أخرى في الفيزياء الرياضية.

#### ▪ بين 1903 و1907

في عام 1903 وضع إيفار فريدهولم (Erik Ivar Fredholm) طريقة لحل معادلة تكاملية من الشكل:

$$f(x) = \phi(x) - \lambda \int_a^b k(x,y)\phi(y)dy,$$

وأراد إيجاد عبارة التابع  $f$  بدلالة  $\phi$  مع التحقق من وجود عدد حقيقي  $\mu$  حيث:

$$\int_a^b k(x,y)\phi(y)dy = \mu\phi(x).$$

استخدم دافيد هيلبرت (David Hilbert) طريقة فريدهولم وطورها قبل 1907. إنها تشبه طريقة الجبر الخطي في حل جملة معادلات. بها أعطى شكل حلول المعادلات التكاملية.

## ▪ بين 1907 و 1920

يمكن أن نعتبر نشأة التحليل التابعي الحديث في 1907 بين المجر، ألمانيا وفرنسا. في 1907 اثبت ريس (Frédéric Riesz) باستعمال سلاسل فورييه (Joseph Fourier) تكافؤ بين فضاء المتتاليات وفضاء التوابع وقدم فيشر (Fisher) البرهان، ليصلوا في الأخير إلى إعطاء نظرية ما تسمى حاليا بنظرية ريس فيشر.

## ▪ بين 1920 و 1936

أنشأت في بولندا مدرسة للرياضيات كان اهتمامها مركزا على المنطق الرياضي، الطوبولوجيا والتحليل التابعي، من أحد أعلام هذه المدرسة ألا وهو ستيفن بناخ (Stephan Banach). ففي عام 1932 نشر كتابه بعنوان نظرية المؤثرات الخطية. من أهم النظريات في هذا الكتاب نجد نظرية هان بناخ، نظرية بناخ – شتاينهاوس (Stenhaus) ونظرية التطبيق المفتوح. واصل بناخ البحث الرياضي حتى 1970.

وفي نفس السنة ألف جون فون نومان (John Von Neumann) أسس ميكانيكا الكم. أثرى هذا العمل عمل أستاذه هيلبرت بتعريف الفضاءات الهيلبرتية، سمحت هذه الأعمال بإظهار طرق جديدة للبحث.

## بين 1936 و 1953

في سنة 1936 قام الفريق بورباكي (Bourbaki) بتوحيد الرياضيات وتحديد التحليل التابعي بدءا من مفهوم الطوبولوجيا التثوية. انتهت أعماله بنشر كتاب حول الطوبولوجيا التثوية.

## ابتداء من 1930

### في سنة 1930

أثبت نوربير وينر (Norbert Wiener) أن فضاء بناخ يمكن أن تكون له بنية جبرية خاصة. إنها جبر بناخ. سمح هذا بدراسة فضاءات التوابع لبناخ في إطار المجموعات وجبور لي (Lie). بدأت دراسة جبر المؤثرات باستعمال التثوية الطوبولوجية والنظرية الطيفية.

## منذ 1973

قبل بناخ الفرضية: "كل مؤثر متراس هو نهاية لمؤثرات ذات رتب منتهية". في 1973 أعطى أنفلو (Enflo) أمثلة مضادة لهذه النظرية، حيث الفضاءات البناخية الإنعكاسية لا تحقق الفرضية لكن فضاءات بناخ المزودة بأساس شودر (Schauder) تحقق الفرضية وهي الأكثر استعمالا. وهذه المعلومة لم يتقبلها الكثير من الرياضياتيين.

بعد 1980

هل التحليل التابعي موجود فعلا كوحدة؟

الجواب الآن على هذا السؤال ليس سهلا إلا في مجال التعليم. لكن البحث في مجال الرياضيات في هذا القرن متعدد التخصصات ولا يوجد هدف مشترك بين هذه التخصصات، إلى درجة أنه لم يعد يعترف به كمجال بحث موحد.

### 3. هيكلية

اعتمدنا في هذا البحث على دراسة نظرية وأخرى تطبيقية. قسمناه إلى ثلاثة فصول. استهلنا بمقدمة شرحنا فيها سبب اختيارنا للموضوع، ونبذة تاريخية عن تطور التحليل التابعي. تطرقنا في الفصل الأول إلى المفاهيم الأولية والمبرهنات التي تبنى عليها المؤثرات وأدرجنا أهم خصائصها.

في الفصل الثاني قمنا بدراسة نظرية المؤثرات الخطية. أما الفصل الثالث فقد خصصناه للدراسة التطبيقية لنظرية المؤثرات الألا وهي تطبيقات لنظرية فريدهولم حول المعادلات التكاملية، التي لها أهمية بالغة في التحليل التابعي. وفي الأخير أتمنا عملنا بدليل للعلماء المذكورين، ثم أدرجنا قائمة لبعض المراجع. يحز في أنفسنا أن نسجل في هذا المضمار افتقار مكتبتنا للكتب الحديثة التي تهتم موضوعنا. ذيلنا مذكرتنا بخاتمة ضمناها حوصلة لنتائج وظروف عملنا.