Ministère de l'enseignement supérieur
et de la recherche scientifique
Ecole normale supérieure
Vieux Kouba - (Alger)
Département de Mathématiques

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبّة القديمة - (الجزائر)
قسم الرياضيات

قيـاس هاوسدورف

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

إعداد:
* لوعيل ياسين
* مكرلوفي عابد

تحت إشراف الأستاذة:
★ زيتوني ليلى

لجنة المناقشة:

* بن عياط الجيلالي	.....	رئيساً
* بن حميدة غنية	.....	مُمتحنةً
* زيتوني ليلى	.....	مشرفةً

السنة الجامعية: *2010/2009*

دفعة جوان: *2010*

المحتويات

مقدمة 5

ترميزات 6

1 تذكير ببعض المفاهيم في الطبولوجيا و في نظرية القياس 7

1.1 تذكير ببعض المفاهيم في الطبولوجيا 8

2.1 تذكير ببعض المفاهيم في نظرية القياس 13

2 قياس هاوسدورف 22

1.2 تعاريف 23

2.2 خواص 26

3.2 العلاقة بين قياس هاوسدورف و قياس لوبيغ 31

1.3.2 نتائج أولية 31

2.3.2 متباينة الأقطار المتساوية 33

3.3.2 $\mathcal{L}^n = \mathcal{H}^n$ 35

3 بعد هاوسدورف 37

1.3 تعاريف و خواص 38

2.3 أمثلة حول كيفية حساب بعد هاوسدورف 41

خاتمة 47

ملاحق 48

قائمة المراجع 56

مقدمة

إنّ ظهور مفهوم القياس $\mu(A)$ لمجموعة A ، كان لحاجة الرياضياتيين إلى تعميم المفاهيم التالية: الطول $l(\Delta)$ لقطعة مستقيمة Δ ، المساحة $S(F)$ لشكل مستو F ، الحجم $V(G)$ لجسم G . فكان ظهور مفهوم قياس لوبيغ لأول مرّة في بداية القرن العشرين، ثم طوّر هذا المفهوم، لكنه لم تكن لديه طريقة لحساب طول المنحنيات في $\mathbb{R}^2$ و مساحة السطوح في $\mathbb{R}^3$.

في سنة 1914 نشر كاراتيودوري مقالا يعطي فيه تعريف القياس باستعمال التغطية لمجموعات. و بالتالي أصبح بإمكان الرياضياتيون حل مثل تلك المسائل، مما مهّد هاوسدورف على نشر مقالته سنة 1919 التي يعرّف فيها بعد هاوسدورف.

سنحاول في هذه المذكرة إعطاء بعض المفاهيم و الخواص المتعلقة بقياس هاوسدورف، وهذا ماجعلنا نستهل عملنا في – الفصل الأول – بتقديم بعض المفاهيم الأساسية في الطوبولوجيا و في نظرية القياس. أما في الفصل الثاني سنقدم مفهوم قياس هاوسدورف، و بعض النتائج الخاصة به، كما سنظهر العلاقة بين قياس هاوسدورف و قياس لوبيغ. و في الفصل الأخير سوف نقدم مفهوم بعد هاوسدورف، و بعض خصائصه متبوعا ببعض الأمثلة في كيفية حسابه.