

Ministère de l'Enseignement Supérieur

et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure

Vieux - Kouba, Alger

Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة

القبة القديمة - الجزائر

قسم الرياضيات

دالة أولر تعريفها وخصائصها

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

تحت إشراف الأستاذ:
• عبد الله دربال

إعداد:
• بومالة مريم
• شاطر حكيمة
• مستوي رشيدة

نوقشت يوم 2010/05/29 من طرف لجنة المناقشة:

الأستاذ: الجيلالي بن عياط رئيسًا
الأستاذ: عبد الله دربال مشرفًا
الأستاذ: أحمد آيت مختار ممتحنًا

السنة الجامعية: 2010/2009

دفعه جوان: 2010

الفهرس

ملخص

الفصل الأول: تعريف دالة أولر وخصائصها

2	تعريف و رموز
2	تعريف دالة أولر
3	بعض قيم الدالة φ
4	بعض خصائص الدالة φ
8	دالة مويوس μ وبعض خصائصها
10	علاقة بين الدالة φ والدالة μ
15	الخاصية الأساسية

الفصل الثاني : دراسة دالة أولر بواسطة الحلقة $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$

22	الحلقة $\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}$
23	العناصر القابلة للقلب $(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}})^*$
24	قضية
25	علاقة $(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}})^*$ بدالة أولر
25	برهان الخاصية الأساسية
32	نظرية فيرما الصغرى
32	نظرية أولر

الفصل الثالث : نتيجة من أهم النتائج الأولى لدالة أولر

- نظرية 1.III (أهم نتيجة لدالة أولر) 35
- نظرية مارتن 35
- دالة تشبثيشيف 36
- دالة مجموع القواسم 36
- دالة ريمان 37
- علاقة التابع ζ بالأعداد الأولية 37

ملحق

- صيغة وخواص ثابت أولر 47
- خصائص أخرى للدالة φ 48
- برنامج بلغة الفرترون يقوم بحساب قيم الدالة φ 49

الخاتمة

المراجع

ملخص

في مذكرتنا هذه تطرقنا إلى دراسة دالة أولر (Euler)، ويرمز لها بـ φ .

الدالة φ هي من الدوال المشهورة في نظرية الأعداد، وهي دالة حسابية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N}^* .
من خواصها الأساسية أنها ضربية .

في هذه المذكرة قدمنا برهاناً على قيمتها الصغرى حيث أن قيمتها الصغرى تقارب الدالة

$$\frac{n}{e^\gamma \log \log n}.$$