Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux Kouba - Alger
Département de Mathématiques

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة – الجزائر
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

# تفكيك زمرة تبديلية منتهية إلى جداء زمر دورية و تطبيقه في حساب ميزات Dirichlet

من إعداد:

- بيطام آمنة
- ناصري سعيدة
- غياطو سهيلة

تحت إشراف الأستاذ:

عبد الله دربال

لجنة المناقشة:

الأستاذ: شوتري عبد العزيز..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... رئيسا

الأستاذ: عبد الله دربال..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة .....مشرفا

الأستاذ: أحمد آيت مختار..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة .....ممتحنا

نوقشت يوم 2010/06/09

السنة الجامعية: 2009 /2010

دفعـــة جـــوان 2010

# الفهرس


**ملخص**

**الفصل الأول: عموميات حول الزمر الدورية**

**I) رتبة عنصر.....2**

**II) الزمرة الدورية .....3**

**III) تصنيف الزمر أحادية المولد.....6**

**الفصل الثاني: بعض النظريات المهمة**

**I) الزمرة $\left(\frac{\mathbb{Z}}{p\mathbb{Z}}\right)^*$ حيث $p$ عدد أولي .....11**

**II) الزمرة $\left(\frac{\mathbb{Z}}{p^n\mathbb{Z}}\right)^*$ حيث $p$ عدد أولي $p \geq 3$ و $n \in \mathbb{N}^*$.....14**

**III) الزمرة $\left(\frac{\mathbb{Z}}{2^n\mathbb{Z}}\right)^*$ حيث $n$ عدد طبيعي $n \geq 3$.....25**

**الفصل الثالث : التفكيك القانوني لزمرة تبديلية منتهية إلى جداء زمر دورية**

**I) تفكيك زمرة تبديلية منتهية كيفية.....31**

**II) تفكيك $\left(\frac{\mathbb{Z}}{2^n\mathbb{Z}}\right)^*$ من أجل $n \in \mathbb{N}$ و $n \geq 3$.....36**

III) تفكيك $\left(\frac{\mathbb{Z}}{n\mathbb{Z}}\right)^*$ إلى جداء زمر دورية من أجل $n\in\mathbb{N}^*$ .....39

الفصل الرابع: ميزات Dirichlet

I) الميزات .....46

II) حساب ميزات $G\left(2^\alpha\right)$ حيث $\alpha\in\mathbb{N}^*$.....49

III) ميزات $\left(\frac{\mathbb{Z}}{p^\alpha\mathbb{Z}}\right)^*$ حيث $p\geq 3$ و $\alpha\in\mathbb{N}^*$.....52

IV) ميزات $\left(\frac{\mathbb{Z}}{k\mathbb{Z}}\right)^*$ حيث $k\in\mathbb{N}^*$.....55

V) ميزات Dirichlet.....58

الخاتمة

قائمة المراجع

**ملخص**

في مذكرتنا هذه تطرقنا إلى دراسة الزمرة التبديلية المنتهية، حيث عرضنا برهان تفكيك كل زمرة تبديلية منتهية إلى جداء زمر دورية جزئية منها . هذا التفكيك يسمح بتعيين كل التماثلات من زمرة تبديلية منتهية رتبتها $m$ نحو الزمرة الضربية $\mathbb{C}^*$ ، عدد هذه التماثلات هو $m$ .

إنشاء تماثلات الزمر من $G$ ( حيث $G$ زمرة تبديلية منتهية ) نحو $\mathbb{C}^*$ يؤدي إلى تعريف ما يسمى بميزات Dirichlet (les caractères) بترديد $n$ .

العالم Dirichlet عرف هذه الميزات و عرف دوال Dirichlet المرفقة لها و برهن ما يسمى بنظرية الأعداد الأولية في المتتاليات الحسابية، هذه النظرية التي تنص على وجود عدد غير منته من الأعداد الأولية $p$ الموافقة لـــ $k$ بترديد $l$، مهما يكن $k$ و $l$ عددين طبيعيين يحققان :

$1 \le l \le k$ و $(l,k)=1$ .