

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
-Vieux Kouba - (Alger)
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
- القبة القديمة - (الجزائر)
قسم الرياضيات

بعض النظريات الأساسية في الحلقات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

تحت إشراف الأستاذ:
★ دربال عبد الله

إعداد:

◆ محوخ سهام
◆ بوشابو فاطمة

تناقش يوم 2010/06/12 من طرف لجنة المناقشة:

- يوسف فرفور أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة رئيسًا
- عبد الله دربال أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة مشرفًا
- مصطفى دبة أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة مناقشًا

السنة الجامعية: 2010/2009

دفعة جوان: 2010

المحتويات

٢	١	عموميات على الحلقات	
٣	١.1	الحلقة
٣	1.1.1	تعريف الحلقة
٤	2.1.1	قواعد الحساب في حلقة
٤	3.1.1	مميزة حلقة
٥	4.1.1	الحلقة الجزئية
٦	5.1.1	قاسم مشترك الأكبر
٦	6.1.1	مضاعف مشترك الأصغر
٧	2.1	العناصر الخاصة في حلقة
٧	1.2.1	العنصر القابل للقلب
٧	2.2.1	قاسم للصفر
٧	3.2.1	الحلقة التامة
٧	4.2.1	القسمة في حلقة

٩ الحقل	3.1
٩ نظرية	1.3.1
١١ مفهوم المثالي	2.3.1
١٣ تعريف	3.3.1
١٣ نظرية	4.3.1
١٤ العمليات على المثاليات	5.3.1
١٤ مثاليات خاصة	6.3.1
٢٠ ٢ الحلقات الخاصة	
٢١ الحلقة العاملة	1.2
٢١ تعريف	1.1.2
٢١ بعض الخواص في الحلقة العاملة	2.1.2
٢٣ الحلقة الرئيسية	2.2
٢٣ نظرية	1.2.2
٢٣ نظرية	2.2.2
٢٦ نظرية	3.2.2
٢٧ بعض الخواص العامة	4.2.2
٢٩ الحلقة الإقليدية	3.2
٢٩ تعريف	1.3.2
٣٠ ٣ نظريات عامة	
٣١ نظرية (شط السلسلة المتصاعدة)	1.3

٣٣ بعض النظريات الخاصة	2.3
٣٣ نظرية 01	1.2.3
٣٤ نظرية 02	2.2.3
٣٨ نظرية 03 (إنتقال الخاصية العاملة)	3.2.3
٣٨ مضمون كثير حدود	
٣٨ كثير حدود البدائي	
٤٥ ملحق ٤	
٤٦ خمس حالات إقليدية	1.4

مقدمة

إن النظريات الأساسية في الحلقات لها دور أساسي في الرياضيات بصفة عامة، وفي نظرية الأعداد بصفة خاصة. تعتبر المثاليات من أهم البنيات الجزئية في الحلقات. فالحلقات التي تكون مثالياتها رئيسية تتمتع بخاصية أساسية في نظرية الأعداد الجبرية، هذه الخاصية هي خاصية تفكيك العناصر إلى عوامل غير قابلة للإختزال وكذلك تفكيك المثاليات إلى جداء مثاليات أولية . الحلقات الرئيسية أيضا هي حلقات عاملية أي تفكيك عناصرها إلى جداء عوامل غير قابلة للإختزال هو تفكيك وحيد و الخاصة الإقليدية أقوى من الخاصيتين الأولتين . نعبّر عن ذلك بالإستلزمات التالية :

$$(A \text{ إقليدية} \iff A \text{ رئيسية} \iff A \text{ عاملية})$$

في مذكرتنا عرضنا برهان هذه النظرية بتفاصيلها، وفي الجزء الثاني من هذه المذكرة عرضنا إنتقال الخاصية العاملية من حلقة A إلى حلقة كثيرات الحدود $A[x]$ أي :

$$(A \text{ حلقة عاملية} \iff A[X] \text{ حلقة عاملية})$$

كما عرضنا جملة من الأمثلة حول الحلقات الإقليدية المشهورة $\mathbb{Z}[\sqrt{n}]$.