

Ministère de l'enseignement supérieur

et de la recherche scientifique

Ecole normale supérieure

Vieux Kouba - (Alger)

Département de mathématiques

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة

القبة القديمة - (الجزائر)

قسم الرياضيات

الفضاءات الهلبرتية  
Espaces de Hilbert

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

تحت إشراف الأستاذ:

★ محمود بوالصلصال

إعداد:

★ سارة كيوش

★ أسماء قريشي

لجنة المناقشة:

رئيسا .....

مُمتحنا .....

مشرفا .....

\* يوسف قرقور

\* عبد العزيز شوتري

\* محمود بوالصلصال

السنة الجامعية: 2010/2009

دفعة جوان: 2010

## الفهرس :

1	.....	مقدمة
2	.....	لمحة تاريخية
<b>الفصل الأول: تذكير وتعاريف</b>		
7	.....	الجداء السلمي
12	.....	الفضاءات الهلبارتية
14	.....	التعامد
<b>الفصل الثاني: نظرية الإسقاط و نظرية Lax-Milgram</b>		
23	.....	الإسقاط
34	.....	أحسن التقريبات
39	.....	ثنوي فضاء هلبارتي
<b>الفصل الثالث: الأساس الهلبارتي</b>		
46	.....	الأساس الهلبارتي
		متراجحات
51	.....	<i>Bessel et Parseval</i>
<b>الفصل الرابع: بعض التطبيقات</b>		
59	.....	التطبيق الأول
61	.....	التطبيق الثاني
62	.....	التطبيق الثالث
		كثيرات حدود
64	.....	<i>Legendre</i>
64	.....	<i>Laguerre</i>
65	.....	<i>Hermite</i>
66	.....	<i>Tchebychev</i>
67	.....	الخاتمة

## مقدمة

تعتبر الفضاءات الهلبارتية إحدى أهم مواضيع وحدة الطبولوجية وأكثرها ثراء، فهي ركيزة تعتمد عليها الدراسات العليا خاصة تلك المتعلقة بالتحليل التابعي.

سميت بهذا الإسم نسبة للعالم الألماني دافيد هيلبارت (David Hilbert) ، الذي يعتبر أحد عباقرة القرن العشرين، وقد خصصنا له في مذكرتنا هذه لمحة تاريخية مختصرة عن: حياته، وأهم مساهماته في فروع عديدة من الرياضيات.

سنتطرق في هذه المذكرة إلى لمحة بسيطة عن الفضاءات الهلبارتية من حيث: الخواص، النظريات، وبعض التطبيقات. وحاولنا أن نلمّ ببعض جوانبه حتى يمكن الإعتماد عليها لاحقاً من طرف طلاب التعليم العالي.

تحتوي هذه المذكرة على أربعة فصول:

نخصص الفصل الأول للتذكير ولبعض التعاريف حول الفضاءات الهلبارتية، ونستعرض في الفصل الثاني: نظرية الإسقاط ونظرية لاكس ملغرام، وفيما يخص الفصل الثالث: فسنتطرق إلى الأساس الهلبارتي. لنختم بالفصل الرابع وفيه سندرج بعض التطبيقات، والأمثلة الخاصة بالفضاءات الهلبارتية.