

Ministère de l'enseignement supérieur

et de la recherche scientifique
Ecole normale supérieure
Vieux Kouba - (Alger)

Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة - (الجزائر)
قسم الرياضيات

الزمرة الأساسية لفضاء طبولوجي

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

تحت إشراف الأستاذة:
وردية محرب *

إعداد:

* نور الدين تشماقجي
* نور الدين محبر

لجنة المناقشة:

رئيسة	*	حياة رزقي
مُتحنة	*	زهيرة سخنون
مشرفة	*	وردية محرب

السنة الجامعية: 2009 / 2010

دفعة جوان: 2010

المحتويات

04	مقدمة
06	1 تعريف عامة
07	1.1 الفضاء الطبولوجي
07	1.1.1 التراس
07	2.1.1 الترابط
08	2.1 توطئة التمديد بالإستمرار
08	3.1 السبيل
09	4.1 حركات Reidmeister
10	5.1 الجداء الحر والزمرة الحرة
10	1.5.1 الجداء الحر
13	2.5.1 الزمرة الحرة
15	2 المموتوبيا
16	1.2 المموتوبيا وأنواعها
19	1.1.2 الفضاءات الطبولوجية التي لها نفس نوع المموتوبيا
20	2.1.2 الفضاءات المقلصة إلى نقطة
20	2.2 المموتوبيا النسبية والتقلص بالتشوه
20	1.2.2 المموتوبيا النسبية
20	2.2.2 التقلص
21	3.2.2 التقلص بالتشوه
22	3.2 هموتوبيا السبل
27	3 الزمرة الأساسية وتطبيقاتها

28	الزمرة الأساسية 1.3
30	تطبيقات 2.3
30	العقد 1.2.3
35	الرفع 2.2.3
39	تمثيلات الزمر 3.2.3
43	الخاتمة
44	دليل المصطلحات
47	المراجع

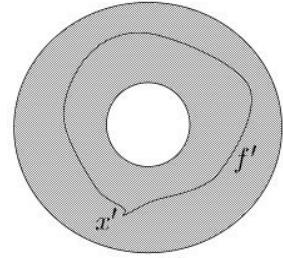
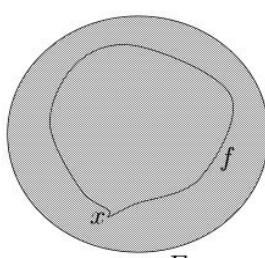
مقدمة

إن الطبولوجيا الجبرية تسمح بإنشاء دالات طبولوجية . لهذه الأخيرة دور هام في تصنيف الأدوات الطبولوجية كثثير حدود الكسندر، كثير حدود جونس، الزمرة الأساسية، ...

إن الزمرة الأساسية لفضاء طبولوجي دال يرقق بكل فضاء طبولوجي زمرة و التي تعتبر دالا طبولوجيا. هذا يعني أننا سرافق بكل فضاء طبولوجي زمرة بحيث الزمرة المرفقة بفضاءات طبولوجية مستشاكلة هي متراكمة.

لفهم الموضوع، نطرح التساؤل التالي:

ما هي الخاصية الطبولوجية لفضاء طبولوجي التي يمكن استخدامهاكي تتمكن من تصنيف الفضائيين المثلين بالشكل (1)



الشكل 1

بحيث الأول هو قرص دائري والثاني حلقة، أو قرص به ثقب؟ بعبارة أخرى، كيف يمكننا تحديد وجود الثقوب بأدوات لا تستخدم مفاهيم طبولوجية كالمسافة والزاوية؟

الاجابة تكمن في امكانية أو عدم امكانية تقليل سبل مغلقة، في فضائيين طبولوجيين، إلى نقطة. كل سبيل مغلق f في قرص دائري، مبدؤه ونهايته هي x_0 ، يمكن تقليله إلى نقطة دون الخروج عن القرص، لكن يوجد سبيل مغلق f' في الحلقة بحيث لا يمكن تقليله إلى نقطة في الحلقة. يمكن تمثيل السبيل f و f' عقد عند x_0 و x'_0 على الترتيب (استعمال الخيط). يمكننا بالسحب على الخيط، تقليل الأول، بينما الثاني يصطدم بحافة ثقب الحلقة.

أي أن خاصية، لفضاء طبولوجي E ، كون كل سبيل مغلق في E يمكن أن يقلص لنقطة في E ، هي خاصية طبولوجية له. إذا كان E و E' مستشاكلين فإن تقليل أي سبيل معطى في E' يمكن الحصول عليه بنقل تقليل السبيل المقابل له في E . لكن هذا التحليل يرتكز بشكل كبير على الحس الملموس.

لذلك نجأ إلى تعويض مفهوم التقلص بمفهوم طبولوجي معرف بشكل أدق ألا وهو المموتوبيا.

من الواضح أن تقليل سبيل مغلق لنقطة هو حالة خاصة لتشويه السبيل المغلق من شكل آخر وهو أيضاً حالة خاصة لتشويه السبل الكيفية (ليست بالضرورة مغلقة) من وضعية أخرى.

للزمرة الأساسية دور كبير في تصنيف الفضاءات الطبولوجيا، فبفضل الزمرة الأساسية تم تصنيف كل المساحات ، وبعض الفضاءات الطبولوجية كالعقد من النوع: noeuds toriques ، وفضاءات أخرى.

لكن دال الزمرة الأساسية ليس دالاً كاملاً لعجزه عن تصنیف بعض الفضاءات الطبولوجية لذا جاء بعض الرياضياتيين إلى تعریف الزمرة الأساسية من رتب عليا ، كذلك الممولوجيا، ...

تجدر الإشارة إلى أنه، إلى حد الأن، لم يتمكن الرياضياتيون من إيجاد دالاً كاملاً مما يجعل موضوع تصنیف الفضاءات الطبولوجية مفتوحاً حتى الأن .