وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
ـ القبة القديمة ـ (الجزائر)
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
-Vieux Kouba - (Alger)
Département de Mathématiques

الحلول العددية لمسألة ناقصية
باستعمال برنامج FreeFem++

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

إعداد:
♦ قطاف وحيد

تحت إشراف الأستاذ:
★ شوتري عبد العزيز

نوقشت يوم 2010/05/29 من طرف لجنة المناقشة:

ـ وعزار الحسن	أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة	..... رئيسًا
ـ شوتري عبد العزيز	أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة	..... مشرفًا
ـ ولد حمودة عمار	أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة	..... مناقشًا

السنة الجامعية: *2010/2009*
دفعة جوان: *2010*

الفهرس

مقدمة 1

1 تقديم برنامج FreeFem++ **3**

1.1 تقديم البرنامج 4

2.1 نبذة تاريخية عن البرنامج 5

3.1 التثبيت 5

4.1 كيفية التشغيل 6

5.1 لغة البرمجة في FreeFem++ 7

1.5.1 أنواع المعطيات 8

2.5.1 قائمة الأنواع الرئيسية 9

3.5.1 المتغيرات الشاملة 11

4.5.1 الحساب 12

5.5.1 التوابع ذات متغير واحد 15

6.5.1 التوابع ذات متغيرين 16

7.5.1 الجداول 18

8.5.1 الإدخال و الإخراج 19

9.5.1 عرض البيانات 21

10.5.1 أنواع التشبيك 23

2 المسائل الحدية الناقصية **27**

1.2 فضاء سوبولاف $H^1(\Omega)$ 28

2.2 فضاءات سوبولاف $H^m(\Omega)$ 32

3.2 تذكير حول فضاءات هلبرت 33
4.2 المعادلات التفاضلية ذات مشتقات جزئية 36
5.2 المسائل الحدية الناقصية 38
6.2 المسألة التغايرية المجرّدة 40
7.2 المسائل الحدية الناقصية من الرتبة 2 43
8.2 المسألة التقريبية 51
9.2 العناصر المتنهية في البعد 1 52
10.2 العناصر المتنهية في البعد 2 57
3 الحلول العددية لبعض المسائل – البيانات – **67**
1.3 مثال 1 68
2.3 مثال 2 70
3.3 مثال 3 74
خاتمة 79
المراجع 80

مقدمة

لقد ظهرت المعادلات التفاضلية ذات مشتقات جزئية في القرن الثامن عشر [1] ،كأداة أساسية في وصف العديد من الظواهر، كما ساهمت في تطوير الأدوات الأساسية في التحليل الرياضي والتحليل التابعي، ومن ضمن هذه الأدوات نجد أعمال سوبولاف والتي بدورها وسّعت الهندسة التفاضلية وتحليل فورييه إلى التحليل العددي والرياضيات التطبيقية، كما ساهم شوارتز بنظريته الشهيرة في التوزيعات، والتي بررت العديد من العمليات التي كانت مبهمة قبل ظهور نظرية التوزيعات.

أدى الإهتمام بهذا النوع من المعادلات والبحث عن حلولها إلى ظهور عدة طرق لمعالجتها، في الكثير من الأحيان يصعب الحصول على الحل الدقيق للمسألة، هذه الصعوبات كانت دافعا للتحول من المسألة الدقيقة إلى المسألة التقريبية، وطرق البحث عن الحل العددي وحصر الخطأ المرتكب في التقريب.

في إطار الحصول على الحل العددي، ظهرت عدة برامج تسهل عملية الحصول على الحل، من هذه البرامج نجد Matlab ، Scilab و FreeFem++ ، وفي مذكرتنا هذه تناولنا كيفية الحصول على الحل العددي لمسألة ناقصية باستعمال برنامج FreeFem++ .

وقد قسمنا عملنا إلى ثلاث فصول:

قمنا في بداية البحث بتقديم موجز لبرنامج FreeFem++ وأهم خصائصه، ثم نبذة تاريخية عن البرنامج، كيفية تثبيته و تشغيله، وبعدها تطرقنا بالتفصيل في آخر الفصل الأول إلى لغة البرمجة في برنامج FreeFem++ و أغلب الكلمات المحجوزة في هذا البرنامج.

في الفصل الثاني، تناولنا المسائل الحدية الناقصية، قبل الخوض في تقديم هذه المسائل، ذكّرنا بأهم الأدوات والمفاهيم الرياضية المستعملة، كفضاءات سوبولاف وفضاءات هلبرت. ثم بيّنا أنواع المعادلات التفاضلية ذات مشتقات جزئية بشكل عام، وذلك قبل تقديم المسائل الناقصية التي هي موضوع مذكرتنا، عالجنا المسائل الحدية وذلك تحت شرطين مختلفين هما ديريكليه ونيومان، كما أشرنا إلى حالة شرط حدي مختلط. وختمنا الفصل الثاني بطريقة العناصر المتنهية التي يعتمد عليها برنامج FreeFem++ .

أما الفصل الثالث فخصصناه لمعالجة أمثلة مختلفة، وذلك في عدة ساحات مربع، دائرة، حلقة وغيرها. وقد قمنا بكتابة البرنامج بلغة FreeFem++ الموافق لكل مسألة، وشرحنا البرنامج وعرضنا الحلول البيانية للمسألة المقترحة.