وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
ـ القبة القديمة ـ (الجزائر)
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
-Vieux Kouba - (Alger)
Département de Mathématiques

الحلول العددية لمسائل ذات قيم ذاتية
باستعمال البرنامج FreeFem++

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

إعداد:
♦ معروف سعاد
♦ إبراهيمي شريفة

تحت إشراف الأستاذ:
★ شوتري عبد العزيز

نوقشت يوم 2010/06/13 من طرف لجنة المناقشة:

ـ دربال عبد الله	.....	أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة	..... رئيسًا
ـ شوتري عبد العزيز	.....	أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة	..... مشرفًا
ـ بو الصلصال محمود	.....	أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة	..... ممتحنًا

السنة الجامعية: 2010/2009
دفعة جوان: 2010

المحتويات

قائمة الرموز 1

مقدمة 3

1 تقديم FreeFem

1.1 مدخل 8

2.1 تعريف FreeFem 9

3.1 لمحة تاريخية عن FreeFem 9

4.1 مبدأ عمل FreeFem 10

5.1 كيفية تثبيت FreeFem 10

6.1 خصائص FreeFem 11

7.1 أنواع المعطيات 12

8.1 قائمة الأنواع المعروفة في FreeFem 12

9.1 بعض الثوابت 14

10.1 مجموعة رموز 14

11.1 بعض الكلمات المحجوزة في FreeFem 15

12.1 الحلقات في FreeFem 16

13.1 الإدخال و الإخراج 16

14.1 الدوال التحليلية 17

15.1 توابع ذات متغير واحد 17

2 مسألة معادلة تفاضلية ذات مشتقات جزئية من الشكل $Au = \lambda u$ على Ω ؛ u_0 معطاة على $\partial\Omega$

1.2 مفاهيم عامة 21

2.2 بعض النظريات الأساسية 23

1.2.2 متراجحة بوانكاري 23

2.2.2 دستور ڤرين 24

3.2.2 مبرهنة لاكس ـ ملغرام 24

4.2.2 نظرية الطيف المجردة 24
5.2.2 توطئة 25
6.2.2 معيار أو شرط التراص 26
7.2.2 نظرية (التراص) 26
8.2.2 نظرية (متتالية القيم الذاتية) 27
9.2.2 نظرية (مبدأ min - max) 30
10.2.2 نظرية (العلاقة بين النظيمين) 31
11.2.2 نظرية(تكافىء النظيمين) 31
12.2.2 نظرية Rellich 32
13.2.2 نظرية Stampacchia 32
14.2.2 نظرية Friedrichs 30
3.2 مسألة شتورم ـ ليوفيل 33
1.3.2 مسألة شتورم ـ ليوفيل على مجال من $\mathbb{R}$ 33
2.3.2 نظرية 34
3.3.2 نظرية 37
4.3.2 مثال 41
4.2 تطبيق المسائل ذات النهايات الناقصية 42
1.4.2 المسائل الناقصية من الرتبة 2 42
2.4.2 نظام المرونة 45
5.2 الشكل التغايري للمسائل الطيفية التقريبية 48
1.5.2 نظريات 48
2.5.2 لازمة 55
6.2 تطبيق المسائل الناقصية من الرتبة (2) 60
1.6.2 نظريات 61

3 الحلول العددية لبعض المسائل ذات القيم الذاتية

1.3 التشبيك 65
1.1.3 شروط التشبيك المقبول 65

2.1.3 تشبيك مجال من $\mathbb{R}$ 6
3.1.3 التشبيك في $\mathbb{R}^2$ 66
4.1.3 تشبيك بعض الساحات البسيطة في $\mathbb{R}^2$ 66
2.3 مثال تطبيقي 1 71
3.3 مثل تطبيقي 2 78
الخاتمة 83
دليل المصطلحات 84
المراجع 87

مقدمة

لقد ظهرت المعادلات التفاضلية الجزئية كأداة لوصف الميكانيك في القرن الثامن عشر [3] ، أين تطورت بفضل هذا الإهتمام .

و تعتبر المعادلات التفاضلية الجزئية حافزا من الحوافز التي أدت إلى تطوير الأدوات الأساسية في التحليل (الحقيقي، التابعي)، ومن بين الأدوات فضاءات سبولاف التي تستعمل في تعميم حلول المعادلات التفاضلية الجزئية .

سنتناول في مذكرتنا هذه نوعا من أنواع المعادلات التفاضلية الجزئية و هي المسائل ذات القيم الذاتية، و ذلك بإستعمال البرنامج Free Fem و هذا بعد التأكد أن لهذه المسائل حل عن طريق مجموعة من النظريات، من أجل ذلك قسمنا هذا البحث إلى ثلاثة فصول .

نتناول في الفصل الأول تقديم البرنامج Free Fem من حيث خواصه و مبدأ عمله و كيفية تثبيته .....

و نتطرق في الفصل الثاني إلى أهم النظريات التي تثبت وجود الحل، كما نتطرق أيضا إلى تقريب المسائل التغايرية، و أهم النظريات التي تثبت وجود الحل لها .

أما الفصل الثالث فيتناول الجانب التطبيقي، إنطلاقا من تشبيك ساحات بسيطة (مربعة ـ مستطيلة ـ دائرية) بواسطة البرنامج Free Fem و يليها بعد ذلك عرض بعض المسائل ذات القيم الذاتية و جانبها النظري و في الأخير نعطي الحل البياني لها بواسطة البرنامج Free Fem .