

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
École Normale Supérieure, Vieux-Kouba, Alger
Département de Mathématiques



Mémoire

Pour l'obtention du grade de : MAGISTER

Spécialité : MATHÉMATIQUES

Option : Analyse

Présenté par

Boutaous Fatiha

Intitulé

Résolution d'une équation différentielle abstraite
de type elliptique et applications

Soutenu le : 16 mars 2006

Devant le jury d'examen :

Président : A. Mokrane, Professeur, ENS de Kouba

Rapporteur : B.-K. Sadallah, Professeur, ENS de Kouba

Examineurs : A. Aibeche, Professeur, Université de Sétif

S. Djebali, Maître de conférences, ENS de Kouba

ملخص

هذا العمل مكرّس لحل معادلة تفاضليّة مجردة تامة من الدرجة الثانية من النوع الناقصي.

سنبرهن الوجود، الوحدانية، والنظامية القصوى للحل الدقيق لهذه المعادلة.

الكلمات المفاتيحية
القوى الكسرية للمؤثرات الخطيّة، أشباه الزمر التحليلية، الحل الدقيق .

Abstract

This work is devoted to the resolution of a complete second-order elliptic equation.

We will prove the existence, the uniqueness and the maximal regularity of the strict solution of this equation.

Keywords:

Fractional powers of linear operators, analytic semigroups, strict solution.

Résumé

Ce travail est consacré à la résolution d'une équation abstraite complète du second ordre du type elliptique.

On va démontrer l'existence, l'unicité et la régularité maximale de la solution stricte de cette équation.

Mots-clés:

Les puissances fractionnaires d'opérateurs linéaires, les semi-groupes analytiques, la solution exacte.

Table des Matières

0	Introduction	3
1	Notations et Rappels	11
1.1	Notions essentielles d'analyse fonctionnelle	12
1.1.1	Opérateur linéaire borné	12
1.1.2	Opérateur linéaire inverse	13
1.1.3	Opérateur linéaire fermé	14
1.1.4	Ensemble résolvant, résolvante et spectre d'un opérateur linéaire . .	15
1.1.5	Espace dual, opérateur adjoint et opérateur auto-adjoint	15
1.2	Les semi-groupes d'opérateurs linéaires	16
1.2.1	Semi-groupes fortement continus	16
1.2.2	Générateur infinitésimal d'un semi-groupe	17
1.2.3	Semi-groupes analytiques	18
1.3	Puissances fractionnaires d'opérateurs linéaires fermés	20
1.3.1	Puissances fractionnaires négatives d'opérateurs linéaires	20
1.3.2	Puissances fractionnaires positives d'opérateurs linéaires	21
1.4	Espaces d'interpolation	23
1.5	Régularité maximale	27
1.6	Les espaces de Hölder	27
1.7	Formules classiques de la fonction exponentielle	27
2	Étude d'existence et d'unicité de la solution stricte	30
2.1	Position du problème et hypothèses	30

2.2	Étude d'existence et d'unicité de la solution stricte	33
2.2.1	Résultat principal d'existence et d'unicité	33
2.2.2	Formule explicite de la solution stricte	78
2.2.3	Un autre résultat d'existence et d'unicité	81
3	Régularité maximale de la solution stricte	88
3.1	Introduction	88
3.2	Résultat essentiel de régularité maximale	89
3.2.1	$Au(\cdot) \in C^\theta([0, 1]; X)$, $0 < \theta < 1$	90
3.2.2	$Bu'(\cdot) \in C^\theta([0, 1]; X)$, $0 < \theta < 1$	101
3.2.3	$u''(\cdot) \in C^\theta([0, 1]; X)$, $0 < \theta < 1$	106
4	Applications	111
4.1	Exemple 1	111
4.1.1	Application du théorème 2.2.1	112
4.1.2	Application du théorème 2.2.2	122
4.1.3	Application du théorème 3.2.1	123
4.2	Exemple 2	124
4.2.1	Application du théorème 2.2.1	126
4.2.2	Application du théorème 2.2.2	127
4.2.3	Application du théorème 3.2.1	128
4.3	Exemple 3	128
4.3.1	Application du théorème 3.2.1	128
4.4	Exemple 4	130
4.4.1	Application du théorème 3.2.1	130
	Bibliographie	131