École Normale Supérieure
Kouba, Alger
Laboratoire d'Equations aux Dérivées Partielles Non linéaires et Histoire des Mathématiques

La notion du "quenching" (extinction) et son développement. Etude de quelques exemples

Soutenance de Magister en Mathématiques

Par : Belal Dhehbiya
Directeur de mémoire : Boubaker-Khaled SADALLAH

16 novembre 2016

Année Universitaire : 2016-2017

Plan de l'exposé

Introduction

Introduction

Ce phénomène a été constaté suite à des questions qui se sont posées dans l'étude du phénomène de polarisation dans les conducteurs ioniques (Kawarada, 1975), ainsi que dans des modèles mathématiques de certaines réactions en chimie (Diaz, J. I., 1985) et en biologie (Chaplain, M. A. & Sleeman, B. D., 1990) . La première étude est présentée par Kawarada qui avait traitée un exemple illustratif en considérant l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$.

Chapitre 1 : Préliminaires

Théorème [Principe du maximum]

Soit $u \in C([0, T] \times \overline{\Omega}) \cap C^{1,2}(]0, T[\times\Omega)$ satisfaisant $Lu \geq 0$ dans $Q =]0, T[\times\Omega$ et $u \geq 0$ sur $]0, T[\times\partial\Omega \cup \{0\} \times \Omega$ où

$$Lu = u_t - a_{ij}(t, x)u_{x_i x_j} + a_j(t, x)u_{x_j} + a(t, x)u \tag{1}$$

où les coefficients de L vérifient des certaines conditions. Alors

$$u \geq 0, \text{ dans } [0, T] \times \overline{\Omega}.$$

Si en plus $u(t_0, x_0) = 0$ en $(t_0, x_0) \in]0, T[\times\Omega,$ alors

$$u \equiv 0, \text{ dans } [0, t_0] \times \overline{\Omega}.$$

Chapitre 1 : Préliminaires

Théorème [Existence et unicité de la solution]

Soient $\underline{u}$ une sous solution bornée et $\overline{u}$ une sur solution bornée du problème

$$\begin{cases} Lu = f(u) \text{ (resp. } Lu = f(u, u_x)), \text{ dans }]0, T[\times\Omega, \\ Bu = g, \text{ sur }]0, T[\times\partial\Omega, \\ u = h, \text{ sur } \{0\} \times \Omega \end{cases} \qquad (2)$$

où B est l'opérateur frontière tel que $B = u$ ou $Bu = \frac{\partial u}{\partial \nu}$ et sous certaines conditions sur f ce problème admet une unique solution u telle que $\underline{u} \leq u \leq \overline{u}$ sur $[0, T] \times \overline{\Omega}$.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

Définition

Soit u la solution locale du problème

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}, \text{ dans }]0,+\infty[\times]0,l[, \\ u(t,0) = u(t,l) = 0, \ t > 0, \\ u(0,x) = 0, \ x \in]0,l[. \end{cases} \quad (3)$$

On dit que u s'éteint (en anglais "quench") s'il existe $0 < T < \infty$ tel que $\| u_t \| \to +\infty$ pour $t \to T^-$ où $\| u_t \| = \max\{| u_t(t,x) |, x \in [0,l]\}$.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

Théoreme

Si $l > 2\sqrt{2}$ alors la solution locale du problème

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}, \text{ dans }]0, +\infty[\times]0, l[, \\ u(t,0) = u(t,l) = 0, \ t > 0, \\ u(0,x) = 0, \ x \in]0, l[\end{cases} \tag{4}$$

s'éteint.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

Les étapes de la démonstration

La solution u du problème

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}, \text{ dans }]0, T^*(l)[\times]0, l[[, \\ u(t,0) = u(t,l) = 0, \ \ t \in]0, T^*(l)[, \\ u(0,x) = 0, \ \ x \in]0, l[\end{cases} \tag{5}$$

où

$$T^*(l) = \sup\{T > 0 : \text{le Problème (5) admet une solution } u \in C([0,T] \times [0,l]) \cap C^{1,2}(]0,T[\times]0,l[) \text{ telle que } \sup_{]0,T[\times]0,l[} u < 1\}$$

satisfait à

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

1. symétrique par rapport à la droite $x = \frac{l}{2}$.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

1. symétrique par rapport à la droite $x = \frac{l}{2}$.
2. strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

1. symétrique par rapport à la droite $x = \frac{l}{2}$.
2. strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. strictement croissante par rapport à x dans $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

1. symétrique par rapport à la droite $x = \frac{l}{2}$.
2. strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. strictement croissante par rapport à x dans $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.
4. u atteint la valeur 1 en un temps fini lorsque $l > 2\sqrt{2}$.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

1. symétrique par rapport à la droite $x = \frac{l}{2}$.
2. strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. strictement croissante par rapport à x dans $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.
4. u atteint la valeur 1 en un temps fini lorsque $l > 2\sqrt{2}$.
5. $\max\limits_{x\in[0,l]} u(t,x) = u(t, \frac{l}{2})$ pour tout $t \in [0, T^*(l)[$.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

1. symétrique par rapport à la droite $x = \frac{l}{2}$.
2. strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. strictement croissante par rapport à x dans $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.
4. u atteint la valeur 1 en un temps fini lorsque $l > 2\sqrt{2}$.
5. $\max\limits_{x\in[0,l]} u(t,x) = u(t, \frac{l}{2})$ pour tout $t \in [0, T^*(l)[$.
6. Si $l > 2\sqrt{2}$ alors $u(t, \frac{l}{2}) \to 1^-$ pour $t \to T^*(l)^-$.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

1. symétrique par rapport à la droite $x = \frac{l}{2}$.
2. strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. strictement croissante par rapport à x dans $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.
4. u atteint la valeur 1 en un temps fini lorsque $l > 2\sqrt{2}$.
5. $\max\limits_{x\in[0,l]} u(t,x) = u(t, \frac{l}{2})$ pour tout $t \in [0, T^*(l)[$.
6. Si $l > 2\sqrt{2}$ alors $u(t, \frac{l}{2}) \to 1^-$ pour $t \to T^*(l)^-$.
7. Si $u(t, \frac{l}{2}) \to 1^-$ pour $t \to T^*(l)^-$, alors u s'éteint.

☞ Chan et Kwong ont montré qu'il y a une lacune dans la démonstration de ce théorme présentée par Kawarada.

Chapitre 2 : Sur les solutions de l'équation $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$

Proposition

Les trois assertions suivantes sont équivalentes

1. *Il existe* $T^*(l) > 0$ *tel que*

$$\max\{| u_t |, x \in [0, l]\} \to +\infty \textit{ pour } t \to T^*(l)^-. \tag{6}$$

2. *Il existe* $T^*(l) > 0$ *tel que*

$$\max\{u,\ x \in [0, l]\} \to 1 \textit{ pour } t \to T^*(l)^-. \tag{7}$$

3. *Il existe une suite* $(t_n, x_n) \in]0, T^*(l)[\times]0, l[$ *telle que* $t_n \to T^*(l)^-$, $x_n \to x$ *et* $u(t_n, x_n) \to 1$ *pour* $n \to +\infty$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

✍ Soit u la solution du problème

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + f(u), \text{ dans }]0, T^*(l)[\times]0, l[[, \\ u(t,0) = u(t,l) = 0, \ t \in]0, T^*(l)[\times]0, l[, \\ u(0,x) = 0, \ x \in]0, l[\end{cases} \quad (8)$$

où f satisfait à

$$\begin{cases} f \in C^1([0,c[), \ f(0) > 0, \ \lim_{s \to c^-} f(s) = +\infty, \\ \int_0^c f(s)\,ds = \infty, f' > 0 \text{ sur } [0,c[, f'' > 0 \text{ sur } [0,c[. \end{cases} \quad (9)$$

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Définition

$$l^* = \sup\{l > 0 : T^*(l) = +\infty \text{ et } \sup_{(t,x)\in]0,T^*(l)[\times]0,l[} u(t,x) < c\}.$$

l^* s'appelle la longueur critique du problème (8)

Théorème

Si $l > l^*$ alors la solution u s'éteint.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

✍ Soit u solution du problème

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + f(u), \text{ dans }]0, T^*(l)[\times]0, l[[, \\ u_x(t,0) = g(t), \ u_x(t,l) = -g(t), \ t \in]0, T^*(l)[, \\ u(0,x) = 0, \ x \in]0, l[\end{cases} \tag{10}$$

où g est continue et bornée inférieurement par une constante positive sur $]0, +\infty[$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théorème

Sous les Hypothèses (9). La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théorème

Sous les Hypothèses (9). La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.
2. u *est strictement croissante par rapport à* t *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théorème

Sous les Hypothèses (9). La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.
2. u *est strictement croissante par rapport à* t *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. u *est strictement croissante par rapport à* x *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théorème

Sous les Hypothèses (9). La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.
2. u *est strictement croissante par rapport à* t *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. u *est strictement croissante par rapport à* x *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.
4. *Si* $u(t, \frac{l}{2}) \to c^-$ *pour* $t \to T^*(l)^-$, *alors la solution* u *s'éteint.*

Les étapes de la démonstration

☞ Pour (1) $v(t, x) = u(t, l - x)$ est solution de ce problème.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théorème

Sous les Hypothèses (9). La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.
2. u *est strictement croissante par rapport à* t *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. u *est strictement croissante par rapport à* x *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.
4. *Si* $u(t, \frac{l}{2}) \to c^-$ *pour* $t \to T^*(l)^-$, *alors la solution* u *s'éteint.*

Les étapes de la démonstration

☞ Pour (1) $v(t,x) = u(t, l - x)$ est solution de ce problème.
☞ Pour (2) et (3) on utilise le théorème du maximum.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théorème

Sous les Hypothèses (9). La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.
2. u *est strictement croissante par rapport à* t *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. u *est strictement croissante par rapport à* x *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.
4. *Si* $u(t, \frac{l}{2}) \to c^-$ *pour* $t \to T^*(l)^-$, *alors la solution* u *s'éteint.*

Les étapes de la démonstration

- ☞ Pour (1) $v(t, x) = u(t, l - x)$ est solution de ce problème.
- ☞ Pour (2) et (3) on utilise le théorème du maximum.
- ☞ Pour (4) on fait une démonstration par l'absurde.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

✍ Soit u la solution du problème

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + f(u, u_x), \text{ dans }]0, T^*(l)[\times]0, l[[, \\ u(t,0) = u(t,l) = 0, \ t \in]0, T^*(l)[, \\ u(0,x) = 0, \ x \in]0, l[\end{cases} \tag{11}$$

où f satisfait à

$$\begin{cases} f \in C^1([0, c[\times\mathbb{R}), \ f(0,0) > 0, \\ \lim\limits_{s \to c^-} f(s,p) = \infty \text{ uniforme, pour tout} \\ p \text{ appartenant à un intervalle borné,} \\ \forall \rho > 0 \ , \exists \psi_\rho(u) \text{ telle que } \psi_\rho \leq f(u,p), \int_0^c \psi_\rho(u)du = \infty \\ \forall \mid p \mid \leq \rho \text{ et } \psi_\rho(u) \to \infty \text{ quand } u \to c^-, \\ f \text{ est croissante par rapport à la deuxième variable} \\ \exists k_1 > 0, \ k_2 > 0, \ -k_2 p^2 - k_1 \leq f(u,p). \end{cases} \tag{12}$$

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théoreme

La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u est strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théoreme

La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u est strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
2. Il existe une fonction $\phi :]0, T^*(l)[\rightarrow]0, l[$ telle que pour tout $t \in]0, T^*(l)[$, u est strictement croissante par rapport à x pour $x \in]0, \phi(t)[$ et strictement décroissante par rapport à x pour $x \in]\phi(t), l[$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

Théoreme

La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u est strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
2. Il existe une fonction $\phi :]0, T^*(l)[\rightarrow]0, l[$ telle que pour tout $t \in]0, T^*(l)[$, u est strictement croissante par rapport à x pour $x\in]0, \phi(t)[$ et strictement décroissante par rapport à x pour $x\in]\phi(t), l[$.
3. Si $u(t, \phi(t)) \rightarrow c^-$ quand $t \rightarrow T^*(l)^-$, alors u s'éteint.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

☞ On pose maintenant $u_x(t,0) = g(t),\ u_x(t,l) = -g(t),\ t \in]0, T^*(l)[$ à la place de $u(t,0) = 0,\ u(t,l) = 0,\ t \in]0, T^*(l)[$.

Théorème

La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

☞ On pose maintenant $u_x(t,0) = g(t),\ u_x(t,l) = -g(t),\ t \in]0, T^*(l)[$ à la place de $u(t,0) = 0,\ u(t,l) = 0,\ t \in]0, T^*(l)[$.

Théorème

La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.
2. u *est strictement croissante par rapport à* t *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

☞ On pose maintenant $u_x(t,0) = g(t),\ u_x(t,l) = -g(t),\ t \in]0, T^*(l)[$ à la place de $u(t,0) = 0,\ u(t,l) = 0,\ t \in]0, T^*(l)[$.

Théorème

La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. u *est symétrique par rapport à la droite* $x = \frac{l}{2}$.
2. u *est strictement croissante par rapport à* t *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
3. u *est strictement croissante par rapport à* x *dans* $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.

Chapitre 3 : Phénomène d'extinction pour des équations semi-linéaires singulières paraboliques

☞ On pose maintenant $u_x(t,0) = g(t),\ u_x(t,l) = -g(t),\ t \in]0, T^*(l)[$ à la place de $u(t,0) = 0,\ u(t,l) = 0,\ t \in]0, T^*(l)[$.

Théorème

La solution u vérifie les propriétées suivantes

1. *u est symétrique par rapport à la droite $x = \frac{l}{2}$.*
2. *u est strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.*
3. *u est strictement croissante par rapport à x dans $]0, T^*(l)[\times]0, \frac{l}{2}[$.*
4. *Si $u(t, \frac{l}{2}) \to c^-$ pour $t \to T^*(l)^-$, alors u s'éteint.*

Chapitre 4 : Phénomène d'extinction pour une équation parabolique semi-linéaire dégénérée

On considère le problème suivant

$$\begin{cases} u_t = (p(x)u_x)_x + f(u), \text{ dans }]0, T[\times]0, l[, \\ u(t,0) = u(t,l) = 0, \ t \in]0, T[, \\ u(0,x) = u_0(x), \ x \in]0, l[\end{cases} \tag{13}$$

avec p, f et u_0 sont les fonctions qui satisfaient à

- $p(0) = 0$, $p \in C^1(]0, +\infty[)$, $p(x) > 0$ dans $]0, +\infty[$, $\frac{1}{p} \in L^1([0, l])$ et $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{p(x)} = \infty$.
- $f(0) > 0$, $f \in C^1(]0, 1[)$, $f' \geq 0$, $f'' \geq 0$, $\lim\limits_{s \to 1^-} f(s) = +\infty$ et $\int_0^1 f(s)\,ds < \infty$.
- $u_0 \in C^{2+\alpha}(]0, l[) \cap C([0, l])$ pour un certain $\alpha \in]0, 1[$ avec $0 \leq u_0 < 1$, $u_0(0) = u_0(l) = 0$ et $\int_0^l p(x) u_0'^2(x)\,dx < \infty$.

Chapitre 4 : Phénomène d'extinction pour une équation parabolique semi-linéaire dégénérée

Théorème

On définit la fonction u par $u(t,x) = \lim_{\varepsilon \to 0} u_\varepsilon(t,x)$, u_ε étant la solution du problème

$$\begin{cases} u_{\varepsilon,t} = (p(x)u_{\varepsilon,x})_x + f(u_\varepsilon), \text{ dans }]0,T[\times]\varepsilon,l[, \\ u_\varepsilon(t,\varepsilon) = u_\varepsilon(t,l) = 0, \ t \in]0,T[, \\ u_\varepsilon(0,x) = u_0(x), \ x \in]\varepsilon,l[. \end{cases} \quad (14)$$

Alors u est solution du problème (13) où $0 < T \leq +\infty$ et vérifie à $u \in C^{1,2}(]0,t_0[\times]0,l[) \cap C([0,t_0[\times[0,l])$.

Théorème

Supposons que $(p(x)u_0')' \leq f(u_0)$ dans $]0,l[$ et $(p(x)u_0')' < f(u_0)$ sur une partie de $]0,l[$. Si $\max\{u(t,x),\ x \in [0,l]\} \to 1$ pour $t \to T^*(l)^- < \infty$, alors la solution u s'éteint.

Chapitre 4 : Phénomène d'extinction pour une équation parabolique semi-linéaire dégénérée

Les étapes de la démonstration

1. u est strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
2. l^* existe.
3. Il existe un $x^* \in]0, l[$ tel que

$$\lim_{(t,x)\to(T^*(l),x^*)} u(t,x) = 1.$$

4. Il existe $\delta > 0$, $0 < x_0 < x^* < x_1 < l$ telles que $u_t \geqslant \delta f(u)$ dans $]t_0, T^*(l)[\times]x_0, x_1[$ où t_0 est loin de $T^*(l)$ et $t_0 > 0$.

Chapitre 5 : Phénomène d'extinction pour une équation semi-linéaire de réaction-diffusion-convection

Théorème

On suppose que la solution u du problème

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - b(x)u_x + f(u), \text{ dans }]0, T^*(l)[\times]0, l[, \\ u(t,0) = 0 = u(t,l), \;\; t \in]0, T^*(l)[, \\ u(0,x) = 0, \;\; x \in]0, l[. \end{cases} \tag{15}$$

où $l > 0$, $b \in C^1([0, +\infty[) \cap L^\infty([0, +\infty[)$ et $f \in C^1([0, c[)$ satisfait à $f(0) > 0$, $f'(s) > 0$ pour $0 < s < c$, $\lim_{s \to c^-} f(s) = +\infty$, s'éteint (elle vérifie la troisième assertion dans la proposition) en $T^*(l) < +\infty$, $l > l^*$ Si $f \in C^2([0, c[)$ satisfaisant à $\int_0^c f(s)ds < +\infty$ et $f'' \geq 0$ dans $]0, c[$, alors u_t explose en temps fini.

Chapitre 5 : Phénomène d'extinction pour une équation semi-linéaire de réaction-diffusion-convection

Les étapes de la démonstration

1. u est strictement croissante par rapport à t dans $]0, T^*(l)[\times]0, l[$.
2. l^* existe.
3. Si $l > l^*$ on a $T^*(l) < +\infty$.
4. Pour l assez grand et $\delta < \frac{l}{2} < l - \delta$. Si la solution u s'éteint en $T^*(l) < \infty$, alors les points d'extinction x appartiennent à l'intervalle $[\delta, l - \delta]$ avec

$$\delta = \frac{c^2}{2lM} \exp(-\frac{1}{2} \parallel b \parallel^2_{L^\infty([0,+\infty[)} T^*(l)).$$

5. Il existe $\gamma > 0$ telle que $u_t \geqslant \gamma f(u)$ dans $]\frac{T^*(l)}{2}, T^*(l)[\times]\delta, l - \delta[$.

Perspectives

Perspectives

La réalisation de ce travail nous a permis de traiter le phénomène d'extinction. Les études effectuées jusqu'à maintenant ont touché divers aspects relatifs aux propriétés des solutions des équations considérées. On peut voir de nombreux développements à ces études, par exemple :

1. Etude de ce phénomène en considérant d'autres équations semi-linéaires, quasilinéaires, dégénérées, etc.

Perspectives

Perspectives

La réalisation de ce travail nous a permis de traiter le phénomène d'extinction. Les études effectuées jusqu'à maintenant ont touché divers aspects relatifs aux propriétés des solutions des équations considérées. On peut voir de nombreux développements à ces études, par exemple :

1. Etude de ce phénomène en considérant d'autres équations semi-linéaires, quasilinéaires, dégénérées, etc.
2. Choix d'autres termes non linéaires dans les équations déjà traitées.

Perspectives

Perspectives

La réalisation de ce travail nous a permis de traiter le phénomène d'extinction. Les études effectuées jusqu'à maintenant ont touché divers aspects relatifs aux propriétés des solutions des équations considérées. On peut voir de nombreux développements à ces études, par exemple :

1. Etude de ce phénomène en considérant d'autres équations semi-linéaires, quasilinéaires, dégénérées, etc.
2. Choix d'autres termes non linéaires dans les équations déjà traitées.
3. Etude de ce type d'équations dans d'autres espaces (par exemple, second membre dans des espaces de Sobolev ou de Hölder...).

Perspectives

Perspectives

La réalisation de ce travail nous a permis de traiter le phénomène d'extinction. Les études effectuées jusqu'à maintenant ont touché divers aspects relatifs aux propriétés des solutions des équations considérées. On peut voir de nombreux développements à ces études, par exemple :

1. Etude de ce phénomène en considérant d'autres équations semi-linéaires, quasilinéaires, dégénérées, etc.
2. Choix d'autres termes non linéaires dans les équations déjà traitées.
3. Etude de ce type d'équations dans d'autres espaces (par exemple, second membre dans des espaces de Sobolev ou de Hölder. . .).
4. Etude du phénomène pour des équations hyperboliques.

Perspectives

Perspectives

La réalisation de ce travail nous a permis de traiter le phénomène d'extinction. Les études effectuées jusqu'à maintenant ont touché divers aspects relatifs aux propriétés des solutions des équations considérées. On peut voir de nombreux développements à ces études, par exemple :

1. Etude de ce phénomène en considérant d'autres équations semi-linéaires, quasilinéaires, dégénérées, etc.
2. Choix d'autres termes non linéaires dans les équations déjà traitées.
3. Etude de ce type d'équations dans d'autres espaces (par exemple, second membre dans des espaces de Sobolev ou de Hölder...).
4. Etude du phénomène pour des équations hyperboliques.
5. Etude du cas où les conditions aux limites sont non linéaires.

Bibliographie I

- ACKER, A. & WALTER, W. : On the global existence of solutions of parabolic differential equations with a singular nonlinear term, Nonlinear Analysis, Throry, Methods & Applications., 2(4), 1978, 499-504.
- CHAN, C. Y. & KWONG, M. K. : Qenching phenomena for singular nonlinear parabolic equations, Nonlinear Analysis, Theory Methods & Applications, 12(12), 1988, 1377-1383.
- CHAPLAIN, M. A. & SLEEMAN, B. D. : A mathematical model for the production and secretion of tumour angiogenesis factor in tumours, IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine & Biology., 7, 1990, 93-108.

Bibliographie II

- DIAZ, J. I. : Nonlinear partial differential equations and free boundaries, Vol. I, Elliptic Equations, Research Notes in Mathematics, Pitman, London, 1985.
- GIACOMONI, J., SAUVY, P. & SHMAREV, S. : Complete quenching for a quasilinear parabolic equation, J. Math. Anal. Appl., 410, 2014, 607-624.
- GUO, W., NIE, Y., ZHOU, Q. & ZHOU, X. : Quenching of a semilinear diffusion equation with convection and reaction, Electronic journal of differential equations, 2015(208), 2015, 1-7.
- KAWARADA, H. : On solutions of initial-boundary problem for $u_t = u_{xx} + \frac{1}{1-u}$, Publ. Rims, Kyoto Univ., 10, 1975, 729-736.
- KE, L. & NING, S. : Quenching for degenerate parabolic equations, Nonlinear Analysis., 34, 1998, 1123-1135.

Bibliographie III

WANG, C. : Existence and stability of periodic solutions for parabolic systems with time delays, J. Math. Anal. Appl., 339, 2008, 1354-1361.

La notion du "quenching" (extinction) et son développement. Etude de quelques exemples

Merci pour votre attention !