

Ministère de l'enseignement supérieur
et de la recherche scientifique
Ecole normale supérieure
Vieux Kouba(Alger)



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة (الجزائر)

Département de Mathématiques

قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي بعنوان:

دراسة متباينات بوانكاريه في فضاءات لوبيغ المعممة

تحت إشراف الأستاذ:
عبد العزيز هلال

إعداد الطلبة:

✓ أحمد جواي
✓ محمد ميهوبي

لجنة المناقشة:

- الأستاذ : خليفي هشام (رئيسا)
- الأستاذ : بن يوب محمد (ممتحنا)
- الأستاذ : هلال عبد العزيز (مشرفا)

السنة الدراسية: 2014 / 2015

دفعة جوان 2015



الفهرس

مقدمة

الفصل الأول : عموميات

10	1.1 الفضاءات البناحية
12	2.1 التوابع المحدّبة
12	3.1 الفضاءات و التوابع القيوسة
13	4.1 تكامل لّويغ
15	5.1 فضاءات لّويغ
16	1.5.1 الفضاءان \mathbb{L}^p , \mathcal{L}^p , $1 \leq p < \infty$
18	2.5.1 الفضاءان \mathbb{L}^∞ , \mathcal{L}^∞
21	3.5.1 بعض أنواع التقاربات

الفصل الثاني: الفضاءات $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$

23	1.2 فضاءات لّويغ المعممة
23	1.1.2 الأس التابعي
24	2.1.2 الخواص الأساسية لـ ρ_p
32	3.1.2 تعريف الفضاء $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$



37	2.2 بعض النظريات المهمة في $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$
37	1.2.2 التقارب في $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$
39	2.2.2 الكثافة و قابلية الفصل
39	3.2.2 الثنوية و الإنعكاسية

الفصل الثالث: متباينة بوانكاري في $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$

41	1.3 تذكير بفضاءات سوبولاف
41	2.3 نظريات و براهين

خاتمة

الملاحق

45	لمحة تاريخية (بونكاري)
46	دليل المصطلحات
48	المراجع
49	ملخص

مقدمة

يتماشى محتوى هذه المذكرة مع مقرري القياس و المكاملة للسنة الرابعة و التحليل التابعي للسنة الخامسة ، لعلاقته بالمكاملة و الفضاءات التابعة حيث يتضمن هذا العمل صنفا هاما من الفضاءات المتمثلة في فضاءات لوبيغ المعممة $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ ، حيث Ω جزء من \mathbb{R}^n و p تابع قيوس معرف على $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ و يأخذ قيمه في $[1, \infty]$ و التي تم التوصل فيها إلى إثبات متباينة بوانكاري كما سوف نراه في هذه المذكرة و لدراسة هذه المتباينة في هذه الفضاءات قسّمنا مذكرتنا إلى ثلاث فصول .

في الفصل الأول ذكرنا بعض المفاهيم في نظرية القياس و المكاملة ، و التي نبني عليها براهين الفصل الثاني و الثالث ، كما تطرقنا إلى التعريف بالفضاءات L^p حيث p ثابت من $[1, \infty]$ و ذكر بعض خواصها . أما الفصل الثاني فيتناول محتواه تعريفات خاصة بفضاءات لوبيغ المعممة $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ و من ثمّ تمكّنّا من إثبات أنّ هذه الفضاءات (فضاءات شعاعية نظيمية ، محدّبة ، تامّة ح ، كما أدرجنا بعض النظريات المهمّة في هذه الفضاءات و التي تتحقّق تحت شروط معينة كالتقارب ، الكثافة ، قابلية الفصل ، الإنعكاسية و الثنوية .

و أخيرا أولينا في الفصل الثالث أهمية خاصة لمتباينة بوانكاري ، فانصب إهتمامنا على إثبات هذه المتباينة و إعطاء أمثلة و تطبيقات عليها .