

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

Ministère de l'Enseignement Supérieur

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

et de la Recherche Scientifique

Ecole Normal Supérieure

Vieux Kouba (Alger)

Département de Mathématiques



المدسة العليا للأساتذة

القبلة القديمة (الجزائر)

قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

دراسة العبارات التغيرية لبعض المسائل الحديثة

تحت إشراف الأستاذة:

فريطس و داد

إعداد

حميدات عبد العزيز

أوهاب مليكة

لجنة المناقشة

(رئيساً)	موساوي توفيق	الأستاذة:
(مشرفة)	فريطس و داد	الأستاذة:
(ممتحنة)	صغيري صارة	الأستاذة:

دفعته جوان

2015/2014



01 قائمة الرموز

02 مقدمة

الفصل الأول: مفاهيم و تعاريف عامة

04 1.1 الفضاءات المترية

05 2.1 فضاءات L^p

06 3.1 فضاءات هيلبرت

08 4.1 فضاءات سوبولوف

08 1.4.1 فضاء سوبولوف $W^{1,p}(I)$

09 2.4.1 فضاءات سوبولوف $W^{m,p}(I)$

09 3.4.1 فضاء $W_0^{1,p}(I)$

10 4.4.1 فضاءات سوبولوف $W^{1,p}(\Omega)$

11 5.4.1 فضاءات سوبولوف $W^{m,p}(\Omega)$

12 6.4.1 فضاء $W_0^{1,p}(\Omega)$

الفصل الثاني: دراسة العبارات التغيرية لبعض المسائل الحديدية في البعد 1

16	1.2 تمهيد
18	2.2 بعض الأمثلة حول المسائل الحديدية
18	1.2.2 مسألة ديريكلي المتجانسة
22	2.2.2 مسألة ديريكلي غير المتجانسة
26	3.2.2 مسألة شتورم - ليوفيل
29	4.2.2 شرط نيومان المتجانس
30	5.2.2 شرط نيومان غير المتجانس
32	6.2.2 شروط حدية مختلطة
33	7.2.2 شروط حدية ثالثة
35	8.2.2 شروط حدية دورية

الفصل الثالث: دراسة العبارات التغيرية لبعض المسائل الحدية في البعد n

1.3 بعض الأمثلة حول المسائل الحدية الناقصية من الدرجة 2 38

1.1.3 مسألة ديريكلي المتجانسة 38

2.1.3 مسألة ديريكلي غير المتجانسة 43

3.1.3 معادلات ناقصية من الدرجة الثانية 45

4.1.3 مسألة نيومان المتجانسة 47

خاتمة 51

المراجع 52

بعض الرموز المستخدمة

E	فضاء شعاعي
p'	الأس المرافق لـ p
$ $	نظيم هيلبرت
$\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n} \right) = \text{grad}u$	تدرج التابع u
$\Delta u = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}$	مؤثر لابلاس لـ u
$\frac{\partial u}{\partial \eta}$	مشتق ناظمي
$\text{supp}u$	سند u
$\Omega \subset \mathbb{R}^n$	مجموعة مفتوحة
$\partial\Omega = \Gamma$	حافة Ω
$L^p(\Omega)$	تتابع u قابلة للقياس في Ω و $\int_{\Omega} u ^p dx < \infty$ ، $1 \leq p < \infty$
$C_c(\Omega)$	مجموعة التتابع u المستمرة ذات الحوامل المتراسة في Ω
$C^k(\Omega)$, ($k \in \mathbb{N}$)	مجموعة التتابع u القابلة للاشتقاق k مرة على Ω ومشتقها من الرتبة k مستمر
$C^\infty(\Omega) = \bigcap_{k \geq 0} C^k(\Omega)$	
$C_c^k(\Omega) = C^k(\Omega) \cap C_c(\Omega)$	
$C_c^\infty(\Omega) = C^\infty(\Omega) \cap C_c(\Omega) = \mathcal{D}(\Omega)$	
$C(\bar{\Omega})$	مجموعة التتابع المستمرة على $\bar{\Omega}$

مقدمة

تقدم المعادلات التفاضلية و المعادلات التفاضلية الجزئية نماذج خاصة تعبر عموماً عن ظواهر فيزيائية. من أبرز المسائل التي تطرحها هذه المعادلات المسائل الحدية، وهي عبارة عن معادلات تفاضلية مع مجموعة من القيود تسمى الشروط الحدية. من بين طرق حل هذه المسائل، طريقة العبارات التغايرية.

تقودنا دراسة هذه الطريقة و كذا تطبيقاتها إلى تناول عدة مواضيع زرعت في ثلاثة فصول.

الفصل الاول عبارة عن فصل تمهيدي ذكرنا فيه بأهم المفاهيم، التعاريف، النظريات والبراهين التي يحتاجها القارئ، والتي تعمل هذه النظرية على إدخالها. يتضمن الفصل الثاني التعرف وكذا دراسة العبارات التغايرية لبعض المسائل الحدية في البعد 1 مع جملة من المفاهيم المتعلقة بها. أما الفصل الأخير فقد تضمن دراسة العبارات التغايرية لبعض المسائل الحدية الناقصية وذلك في البعد n .