وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
– القبة القديمة – (الجزائر)
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
École Normale Supérieure
-Vieux Kouba- (Alger)
Département de Mathématiques

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

النهاية العليا والنهاية السفلى لمتتالية حقيقية

من إعداد:
⋆ عمبرو حفيظة
⋆ عبدي لبندة

تحت إشراف الأستاذ:
⋆ بوسالمي بلحوث

لجنة المناقشة:

1 ناهمي نبيل ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... رئيسا
2 خانو شعيب ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... ممتحنا
3 بوسالمي بلحوث ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... مشرفا

السنة الجامعية:2015/2014

دفعة جوان:2015

المحتويات

مقدمة

الفصل الأول
تعاريف وعموميات

1.1 **تعاريف** 03
2.1 **خواص أوليّة** 07
3.1 **مبرهنات أساسية** 09
4.1 **المتتاليات الكوشية** 12

الفصل الثاني
النهاية العليا والنهاية السفلى لمتتالية حقيقية

1.2 **الحد الأدنى والحد الأعلى** 16
1.1.2 العنصر الحاد من الأسفل والحد الأدنى 16
1.1.2 العنصر الحاد من الأعلى والحد الأعلى 17
2.2 **بعض النظريات المألوفة للحد الأعلى والحد الأدنى** 19
3.2 **النهاية العليا والنهاية السفلى لمتتالية** 25
4.2 **بعض النتائج والخصائص الأولية** 26
5.2 **النهاية العليا والنهاية السفلى لمجموع متتاليتين** 33
6.2 **النهاية العليا والنهاية السفلى لجداء وقسمة متتاليتين** 34

الفصل الثالث
تطبيقات على بعض الدوال الحسابية

1.3 **الدوال الحسابية** 38
2.3 **أمثلة عن بعض الدوال الحسابية** 41
1.3.3 الدالة $d(n)$ 41
1.3.3 الدالة $d^*(n)$ 42
1.3.3 الدالة $D(n)$ 44
3.3 **حساب النهاية العليا والنهاية السفلى لبعض الدوال الحسابية** 45
1.3.3 الدالة الحسابية $d(n)$ 47

2.3.3 الدالة الحسابية $d^*(n)$ 52
2.3.3 الدالة الحسابية $D(n)$ 52
خاتمة 58
قائمة المراجع 59

مقدمة

إنّ ما يصلنا اليوم من مستجدات في مختلف العلوم ما هو إلا جزء قليل من الدراسات و الأبحاث التي تقام في مختلف مراكز البحث العلمي في العالم ، و تعتبر الرياضيات أهم هذه العلوم، لكونها تمثل إنعكاسا رياضيا للعالم الطبيعي الذي نتعايش فيه و معه . هذا الإنعكاس الرياضي ما هو إلا مسائل نشأت أمام الرياضيات بهدف وصف العمليات الطبيعية، و من أهم هذه المسائل المتتاليات الحقيقية التي تعتبر من أهم الأدوات المستخدمة في الرياضيات، ذلك أنها تتميز بصفة التقطع الناتجة عن إرتباط المتتاليات بالأعداد الطبيعية التي يدركها فكرنا أكثر مما يدرك الأعداد الأخرى كالأعداد الحقيقية أو الأعداد العقدية (المركبة) . و الدليل على ذلك ظهور و إستخدام الأعداد الطبيعية قبل سائر أنماط الأعداد الأخرى، فنجد المتتاليات في :

- مفهوم الكثافة
- دراسة المعادلات التفاضلية
- الحساب (التحليل) العددي

لهذا تطرقنا في مذكرتنا هذه إلى دراسة المتتاليات الحقيقية و نهايتها العليا و السفلى و بعض الخصائص الأولية و المبرهنات الأساسية مع إعطاء بعض الأمثلة التطبيقية.

و قد جاءت هذه الدراسة مجزأة فى ثلاثة فصول، أولها هو عبارة عن تذكير حول المتتاليات الحقيقية، تعريفها، خصائصها . تليها مبرهنات أساسية و بعض النتائج حول النهايات العليا و السفلى لمتتالية حقيقية في الفصل الثانى.

أما في الفصل الثالث فقمنا بتطبيق مبرهنات الفصل الثاني على بعض الدوال الحسابية المؤلوفة. لنختم دراستنا بذكر المراتب الكبرى للدوال الحسابية $d(n)$ ، $d^*(n)$ ، $D(n)$.