

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبلة القديمة (الجزائر)



Vieux Kouba(Alger)
Département de Mathématiques

قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

المعادلات التفاضلية الجزئية و بعض تطبيقاتها

إعداد:

سلامي أمينة

علي مسعود سمرة

تحت إشراف:

الأستاذ : خضراوي عثمان

لجنة المناقشة:

بلحوت بوسالمي رئيساً

خضراوي عثمان مشرفاً

مختاري عبد الحق ممتحناً

دفعة جوان 2015

المحتويات

1	مقدمة
3		1. تعريف و تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية
6	1.1 تمهيد
6	1.1.1 المعادلات التفاضلية العادية
7	2.1 المعادلة التفاضلية الجزئية EDP
7	1.2.1 تعريف EDP
8	2.2.1 مفاهيم أساسية
8	3.2.1 أمثلة
9	3.1 تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية من الرتبة الثانية
10	1.3.1 أمثلة
10	4.1 مثال لمعادلة المشتقات الجزئية
12	5.1 تذكير على المشتقات الجزئية
16	1.5.1 الدوال الشعاعية
19	6.1 المعادلات ذات المشتقات الجزئية الخطية
20		2. بعض المعادلات التفاضلية الجزئية
21	1.2 معادلة النقل
22	2.2 معادلة النقل بسرعة متغيرة
23	3.2 أول مثال للشروط الحدية
24	4.2 معادلة النقل المحافظة
29	6.2 حلول $auto - semblables$
30	7.2 معادلة الأمواج

33	شكل <i>D'Alembert</i>	8.2
35	الشروط الحدية - في الحالة نصف - المباشرة	9.2
37	الحلول بمتغيرات منفصلة	10.2
38	معادلة <i>Maxwell</i>	11.2
38	بحث عن أمواج المستوي	12.2
40	تحويل معادلة الأمواج	13.2
42	معادلة <i>Poisson</i> و <i>Laplace</i>	14.2
45	الحلول بمتغيرات منفصلة	1.14.2
46	الحلول الدورية	2.14.2
48	معادلة الحرارة	15.2
49	خواص حلول معادلة الحرارة	1.15.2
51	الحلول المتشاكسة	2.15.2
54	الخاتمة	
55	المراجع	

مقدمة

إن مختلف المشكلات أو الظواهر الحقيقية تستعمل قوانين فيزيائية مثل الميكانيك، الترموديناميك، الكهرومغناطيس ... الخ. هذه القوانين عامة تكتب على شكل خوارزميات تترجم رياضياً بمعادلات تفاضلية عادية أو بمعادلات تفاضلية ذات المشتقات الجزئية.

المعادلات ذات المشتقات الجزئية تتدخل في أغلب المجالات مثل الكيمياء لموازنة المعادلات و في الإقتصاد لدراسة حركات الأسواق و في تسيير الأموال و ...

تعتبر المعادلات ذات المشتقات الجزئية موضوع بحث حاد و فعال في الرياضيات فهي أصل لمعادلات عدة بتصور رياضي مثل تحويلات فورييه و نظرية التوزيع.

إلا أنه في أغلب الحالات يكون جد صعب أو مستحيل الوصول إلى الحل في معادلات المشتقات الجزئية. و في حالات أخرى نلجأ إلى مسائل معروفة جيداً (تقبل حل وحيد) حيث نستطيع حساب التقريبات العددية للحلول.

لذلك يحتاج الطالب إلى مساق في المعادلات التفاضلية الجزئية لتكون لديه أداة ممتازة ليشعر بالعلاقة الوثيقة بين الرياضيات البحتة و بين العلوم الفيزيائية و الهندسية، فالمهندس أو العالم قبل أن يبدأ باستعمال المعادلات التفاضلية الجزئية بثقة عالية عليه أن يتقن تماماً أساليب و طرق إيجاد الحل و أن يكون ملماً على الأقل و لو بصورة عامة بالمادة النظرية، و بالمقابل كثيراً ما يستفيد طالب الرياضيات البحتة من طرق حل بعض المسائل المعينة.

يمكن القول دون مبالغة أن المعادلات التفاضلية الجزئية تحتل المكانة المرموقة في الرياضيات و في كل فروع العلوم الهندسية و الفيزيائية و أن التطور العام للرياضيات مرتبط ارتباطاً وثيقاً بتطور هذا الفرع الهام.

و نظراً لأهميتها وقع اختيارنا عليها كموضوع لمذكرتنا بعنوان المعادلات التفاضلية الجزئية و بعض تطبيقاتها. حيث قمنا بتقسيمها إلى فصلين.

تناولنا في الفصل الأول تعريفات و تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية مستهلين هذا الفصل ببعض المفاهيم الأساسية التي تعتبر كوسيلة هامة في توضيحه و اعتمدنا في تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية من الرتبة الثانية على المميز $(b^2 - 4ac)$ فوجدنا أربعة أمثلة عن معادلات



القطع الزائد ، القطع المكافئ ، القطع الناقص . كما أننا ذكرنا بالمشتقات الجزئية .
كما تطرقنا في الفصل الثاني إلى دراسة المعادلات التفاضلية الجزئية المتمثلة في بعض تطبيقات
المعادلات التفاضلية الجزئية و قد خصصنا هذا الفصل لأهم التطبيقات المتمثلة في معادلة النقل ،
الشروط الحدية ، معادلة سريان الحرارة و معادلة الأمواج . و قد عززنا دراستنا بأمثلة توضيحية في كل
فصل تشير بشكل دقيق إلى الطرق المستخدمة في تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية .