الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة (الجزائر)
قسم الرياضيات

*M*inistère de l'Enseignement
Supérieur et de la Recherche
Scientifique
Ecole Normale Supérieure
-Vieux Kouba (Alger)
Département de Mathématiques

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

التوابع متعددة القيم

إعداد
مجاهدي حفصة
عمي نورة

تحت إشراف الأستاذ
سحنون زهيرة

لجنة المناقشة

الأستاذ : موساوي توفيق ..... رئيسا .
الأستاذ : زيتوني ليلى ..... ممتحنا.
الأستاذ : سحنون زهيرة ..... مشرفا .

نوقشت يوم : 14 جوان 2015 .

السنة الجامعية: 2015/2014

المحْتَوَيَاتُ

مقدمة 01

الفصل الأول
تعـــــاريف و خواص

I. **حول الفضاءات الطبولوجية** 04

II. **حول التوابع متعددة القيم** 06

III. **الحواد العليا و السفلى** 13

الفصل الثاني
نهايات المجموعات

I. **تعاريف و خواص** 18

II. **عمليات على النهايات** 28

III. **النهايات العليا و السفلى للتوابع المتعددة القيم** 28

الفصل الثالث
التوابع المتعددة القيم المستمرة

I. **طبولوجيا فييتوريس** $(Vietoris)$ 31

II. **الإستمرار حسب فييتوريس** $(Vietoris)$ 33

III. **طبولوجيا هوسدورف** $(Hausdorff)$ 44

IV. **الإستمرار حسب هوسدورف** $(Hausdorff)$ 57

V. **عناصر نظرية النقطة الصامدة** 60

الخاتـــــمة 63

دليل المصطلحات 64

المراجع 65

مقدمة

إن البحث و العمل في الرّياضيات يقدم خدمة كبيرة للعلوم الأخرى كالفيزياء و الإعلام الآلي على سبيل المثال، و من ثم فإن أي مشكلة تواجه هذه العلوم لابد أن يتدخل الرياضياتيون لإيجاد حل لها.
من بين هذه المشاكل عدم تمتع بعض التوابع بخاصية التباين مثل التابع sin عند البحث عن تابع عكسي له نتحصل على التابع:

$$\begin{aligned} \sin^{-1} : R &\longrightarrow \mathcal{P}(R) \\ x &\longmapsto sin^{-1}(x) = \begin{cases} \arcsin x + 2k\pi, k \in Z \\ \pi - \arcsin x + 2k\pi, k \in Z \end{cases} \end{aligned}$$

الذي هو تابع متعدد القيم.
أدت الكثير من الظواهر الفيزيائية إلى بروز توابع من هذا النوع، مما أدى إلى ضرورة التعامل معها و دراستها من قبل الرياضياتيين.
في عملنا هذا أردنا التفصيل قليلا فيها حيث قدمناها في الفصول التالية:
الفصل الأوّل جاء بمفاهيم أساسية للتوابع المتعددة القيم و كذلك تذكيرا بالحواد العليا و السفلى.
أما الفصل الثاني فقد إحتوى على دراسة لمفهوم تقارب المجموعات (أو نهاية المجموعات) في الفضاء $\mathcal{P}(E)$.
و أخيرا الفصل الثالث الذي قدمناه في جزئين الأول يعرف طبولوجيا فييتوريس $(Vietoris)$ التي تسمح بتعريف أنواع الإستمرار.

أما في الجزء الثاني عرّفنا طبولوجيا أخرى على $\mathcal{P}(x)$ تكون مترية قدمنا من خلالها مفهوم آخر للإستمرار يسمى الإستمرار حسب هوسدورف $(Hausdorff)$ حيث تطرقنا إلى خواصه و علاقته بالإستمرار حسب فييتوريس.
و في آخر الفصل قدّمنا نظرية النقطة الصامدة لكوفتز $(Convitz)$ و ندلر $(Nadler)$ و هي تعميم لنظرية باناخ في حالة التوابع متعددة القيم المستمرة.