

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieure
et de la Recherche Scientifique

Ecole Normale Supérieure
Vieux – Kouba (Alger)

Département de Mathématiques

وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة (الجزائر)

قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

المتغير العشوائي الحقيقي

تحت إشراف:

الأستاذة زغيدى ليلي مبروكة

من إعداد:

- بن تالية حياة
- زهرة فاطمة
- سالم صبرينة

لجنة المناقشة

رئيسا
مشرفا
ممتحنا

- الأستاذة: تواتي سميرة
- الأستاذة: زغيدى ليلي مبروكة
- الأستاذة: شوية فاطمة

السنة الدراسية: 2014-2015

دفعة جوان

الفهرس

1	المقدمة
	الفصل الأول : مفاهيم أساسية
3	1.1 التجربة العشوائية
3	2.1 المجموعة الأساسية
3	3.1 العينة العشوائية
3	4.1 فضاء العينة
4	5.1 الحادث و أنواعه
4	1.5.1 الحادث البسيط
4	2.5.1 الحادث المركب
4	3.5.1 الحادث الأكيد
4	4.5.1 الحادث المستحيل
4	5.5.1 الحادث المتم
5	6.1 تطبيق العمليات الجبرية على الأحداث
6	7.1 خصائص العمليات الجبرية
6	8.1 طرق العد و التحليل التوافقي
6	1.8.1 القاعدة الأساسية للعد
6	2.8.1 الترتيبات
7	3.8.1 التبادل
8	4.8.1 التوفيقات
8	9.1 القواعد الخمسة لحساب الاحتمالات
8	1.9.1 جمع الاحتمالات
8	2.9.1 طريقة ضرب الاحتمالات

9	3.9.1 الاحتمال الشرطي
9	4.9.1 الاحتمال الكلي
10	5.9.1 نظرية بايز أو الاحتمال السببي
10	10.1 الأحداث المستقلة
11	11.1 احتمال حادث
11	12.1 نظريات الاحتمال
11	13.1 الفضاء القابل للاحتمال

الفصل الثاني :

13	1.2 المتغير العشوائي الحقيقي
14	2.2 تصنيف المتغيرات العشوائية
14	1.2.2 المتغير العشوائي المتقطع (النقطي)
14	2.2.2 المتغير العشوائي المستمر (المتصل)
15	3.2 التوزيع الاحتمالي
15	1.3.2 دالة الكتلة الاحتمالية
15	2.3.2 دالة الكثافة الاحتمالية
16	3.3.2 الدالة الاحتمالية لحدث و علاقتها بدالة الكتلة أو الكثافة
17	4.3.2 الدالة الاحتمالية لحدث وعلاقتها بدالة الكتلة أو الكثافة
17	4.2 دالة التوزيع التراكمية
20	5.2 مميزات عددية للمتغير العشوائي وحيد البعد
20	1.5.2 التوقع
21	2.5.2 التباين
22	3.5.2 الانحراف المعياري

23	4.5.2 العزوم
23	5.5.2 التابع المولد للعزوم
24	6.5.2 الدالة المميزة
24	6.2 بعض دوال الكتلة الاحتمالية الهامة
24	1.6.2 التوزيع الاحتمالي المنتظم المتقطع
25	2.6.2 توزيع برنولي
26	3.6.2 التوزيع الثنائي
29	4.6.2 توزيع بواسون
32	7.2 بعض دوال الكثافة الاحتمالية الهامة
32	1.7.2 التوزيع المنتظم المستمر
34	2.7.2 التوزيع الطبيعي
39	3.7.2 التوزيع الأسّي

الفصل الثالث : المتغيرات العشوائية متعددة الأبعاد

41	1.3 المتغير العشوائي الثنائي الحقيقي
42	2.3 التوزيعات الهامشية المتقطعة و الدوال الهامشية
43	3.3 التوزيعات المشتركة المستمرة و الدوال الهامشية
43	4.3 الدالة التجميعية المشتركة و الدوال التراكمية الهامشية
47	5.3 التوزيع الاحتمالي الشرطي
49	6.3 خواص المتغيرات العشوائية الثنائية
49	1.6.3 استقلال متغيرين
50	2.6.3 التوقع الرياضي و التباين
53	3.6.3 التباين المشترك
54	4.6.3 معامل الارتباط

58	7.3 التوزيع الطبيعي الثنائي
59	8.3 الشعاع العشوائي
59	9.3 قانون احتمال الشعاع العشوائي
59	10.3 تابع التوزيع الاحتمالي للشعاع العشوائي
60	11.3 التوزيع الاحتمالي الشرطي للشعاع العشوائي
60	12.3 استقلال عدة متغيرات عشوائية
61	13.3 مميزات العددية للشعاع العشوائي
61	1.13.3 التوقع الرياضي
61	2.13.3 التباين
62	3.13.3 التباين المشترك

الفصل الرابع : دوال المتغيرات العشوائية و التقارب

64	1.4 الدوال غير الخطية
64	1.1.4 توزيع كاي تربيع χ^2
66	2.1.4 توزيع فيشر
68	3.1.4 توزيع ستودنت
69	2.4 السلوك التقاربي لبعض التوزيعات الاحتمالية
69	1.2.4 التقارب بين التوزيع الثنائي و التوزيع الطبيعي
70	2.2.4 العلاقة بين التوزيع التطبيعي و التوزيع بواسون
70	3.2.4 التقارب بين التوزيع الثنائي و التوزيع بواسون
71	4.2.4 نظرية النهاية المركزية
72	خاتمة

الملاحق

المراجع

مقدّمة

إنّ مفهوم الاحتمال من أكثر المفاهيم تداولاً في حياتنا اليومية، فمثلاً يقال أنه من المحتمل نزول المطر و يقال من المستحيل نجاح من لم يحضر الإمتحان ، و من المؤكد موت كل إنسان، فأصبح هذا المفهوم محل إهتمام العديد من الباحثين ، و تمخض عنه ما يسمى بنظرية الاحتمالات فتبوّأت هذه الأخيرة مكانة بارزة بين الدراسات الرياضية لما لها من استخدامات تطبيقية واسعة في كل حقل من حقول البحث العلمي تقريبا ، بخاصة في مجال اتخاذ القرارات في النواحي الإدارية و الإقتصادية كذلك هي العلم الذي يدرس الظواهر العشوائية و يقوم بتحليلها و مشاهدة نتائجها مرات محدودة أو غير محدودة و في ظروف قد تكون ثابتة، وفي حياتنا اليومية إذ نواجه تجارب و ملاحظات لظواهر عشوائية تحت ظروف مشابهة ، فإننا نهتم بنتائج هذه التجارب.

و يرتبط حساب الاحتمالات بما يعرف في علم الاحصاء بالتجارب العشوائية و المتغيرات العشوائية، فإذا كنا بصدد دراسة تجربة عشوائية ملموسة، فإننا نحدد نموذج احتمالي يمكننا من وصف و تحليل هذه التجربة بصورة مقبولة قدر الإمكان و لهذا فإننا نستعمل في هذه الدراسة مفاهيم الاحتمالات، المتغيرات العشوائية و التوزيعات الاحتمالية.

فتطرقنا في مذكرتنا إلى بعض المفاهيم الأساسية في الاحتمالات و المتغيرات العشوائية الاحادية أي ذات البعد الواحد ، و المتغيرات العشوائية متعددة الأبعاد لأنه من الضروري في العديد من المسائل العملية و النظرية دراسة سلوك عدة متغيرات عشوائية معا في أن واحد ، و هذا السلوك لا يتعين بمعرفة سلوك كل المتغيرات على انفراد فقط بل لابد من دراسة سلوكها المشترك فمثلا محصول موسم زراعي يتأثر بمتغيرات عدة مثل :كمية الأمطار و الأسمدة و المساحة المزروعة، كما تطرقنا إلى الدوال غير الخطية و التقارب بين التوزيعات الإحتمالية و قد تم اثراء هذا العمل بالأمثلة المتنوعة، التي تساعد على الفهم و الإستيعاب.