

Ministère de l'Enseignement
Supérieur
et de la Recherche Scientifique
École Normale Supérieure
-Vieux Kouba- (Alger)
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث
العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
- القبلة القديمة - (الجزائر)
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أساتذة المعلمين المنوسق

دراسة متباينتي يونغ و هولدار في فضاءات $L^p(\Omega)$

تحت إشراف الأستاذ:
* عبد العزيز هلال

من إعداد:
* حبيب بلقي
* بلخليفة محمد
* حميد محمد

لجنة الماقشة:

بن يوب محمد أساتذة بالمدرسة العليا للأساتذة الخواط رئيساً
بلخليفة هشام أساتذة بالمدرسة العليا للأساتذة الخواط مماننا
عبد العزيز هلال أساتذة بالمدرسة العليا للأساتذة القبلة مشرفاً

السنة الجامعية: 2015/2014
دفعة جوان: 2015



الفهرس

أهم الرموز المستعملة

مقدمة

الفصل الأول : عموميات

07	1.1 الفضاءات البناخية
09	2.1 التتابع المحدبة
09	3.1 الفضاءات و التتابع القيوسة
10	4.1 تكامل لويغ
12	5.1 فضاءات لويغ
13	1.5.1 الفضاءان \mathbb{L}^p , \mathcal{L}^p , $1 \leq p < \infty$
15	2.5.1 \mathbb{L}^∞ , \mathcal{L}^∞ الفضاءان
18	3.5.1 بعض أنواع التقاربات

الفصل الثاني : الفضاءات $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$

20	1.2 فضاءات لويغ المعممة
20	1.1.2 الأس التابعي
21	2.1.2 الخواص الأساسية لـ ρ_p
29	3.1.2 تعريف الفضاء $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$



35	2.2 بعض النظريات المهمة في $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$
35	1.2.2 التقارب في $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$
36	2.2.2 الكثافة و قابلية الفصل
36	3.2.2 الثنوية و الإنعكاسية

الفصل الثالث: متبايتي يونغ و هولدار في $\mathbb{L}^{p(\cdot)}(\Omega)$

39	1.3 دراسة متباينة يونغ
39	1.1.3 متباينة يونغ في حالة p ثابت
39	2.1.3 التوابع φ كحالة خاصة من Φ
43	3.1.3 متباينة يونغ المعممة
45	2.3 دراسة متباينة هولدار
45	1.2.3 متباينة هولدار في حالة p ثابت
46	2.2.3 متباينة هولدار المعممة

خاتمة

الملاحق

54	لمحة تاريخية (يونغ)
55	لمحة تاريخية (هولدار)
56	دليل المصطلحات
58	المراجع

مقدمة

يتماشى محتوى هذه المذكرة مع مقرري القياس و المكاملة للسنة الرابعة و التحليل التابعي للسنة الخامسة ، لعلاقته بالمكاملة و الفضاءات التابعة حيث يتضمن هذا العمل صنفا هاما من الفضاءات المتمثلة في فضاءات لويغ المعممة $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ ، حيث Ω جزء من \mathbb{R}^n و p تابع قيوس معرف على $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ و يأخذ قيمه في $[1, \infty]$ و التي تم التوصل فيها إلى إثبات متباينة من شكل هولدار و أيضا من شكل يونغ كما سوف نراه في هذه المذكرة و لدراسة هذين المتباينتين في هذه الفضاءات قسمنا مذكرتنا إلى ثلاث فصول .

في الفصل الأول ذكرنا ببعض المفاهيم في نظرية القياس و المكاملة ، و التي نبني عليها براهين الفصل الثاني و الثالث ، كما تطرقنا إلى التعريف بالفضاءات L^p حيث p ثابت من $[1, \infty]$ و ذكر بعض خواصها .

أما الفصل الثاني فيتناول محتواه تعريفات خاصة بفضاءات لويغ المعممة $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ و من ثمّ تمكّننا من إثبات أنّ هذه الفضاءات (فضاءات شعاعية نظيمية ، محدّبة ، تامّة) ، كما أدرجنا بعض النظريات المهمّة في هذه الفضاءات و التي تتحقّق تحت شروط معينة كالتقارب ، الكثافة ، قابلية الفصل ، الإنعكاسية و الثنوية .

و أخيرا أولينا في الفصل الثالث أهمية خاصة لمتباينتي يونغ و هولدار ، فانصب إهتمامنا على إثبات هذه المتباينتين و إعطاء تعميم لمتباينة هولدار من أجل عدة توابع .