الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة– الجزائر
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux Kouba – Alger
Département de mathématiques

جورج كانتور
إطلالة على حياته وقراءة في أعماله

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي
وشهادة أستاذ التعليم المتوسط

إعداد:
- قسيـــطة ريـــمة
- بوودن إلـــهام

تحت إشراف الأستاذ:
- محمد حازي

لجنة المناقشة:

• الأستاذ: بوسالمي بلحوت	أستاذ مساعد بالمدرسة العليا للأساتذة ...	رئيسًا
• الأستاذ: بوودن كريم	أستاذ مساعد بالمدرسة العليا للأساتذة ...	مناقشًا
• الأستاذ: محمد حازي	أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ...	مشرفًا

السنة الجامعية: 2014 - 2015

دفعة جوان 2015

الفهرس

مقدمة 05

الفصل الأول

كانتور مولدًا ومنشأ

1-1- لمحة تاريخيه حول موطن لمولد: روسيا 1800-184 08

2-1- السنوات الأولى 1845- 1861 09

3-1- سنوات تكوينية 1856-1861 09

4-1- الخطوات الأولى المهنية 1868-1874 11

5-1- السنوات الذهبية 1874-1884 13

6-1- كانتور في دوامة 1896-1917 17

7-1- وفاته 1918 18

8-1- شواهد على كانتور 19

الفصل الثاني

بعض من اعمال كانتور

1-2- مجموعة كانتور 21

2-2- تمثيل عناصر مجموعة كانتور في نظام العد الثلاثي 23

3-2- فضاء كانتور 24

4-2- انشاء كانتور لمجموعة الاعداد الحقيقية 25

الفصل الثالث

كانتور واللانهاية

1-3- اللانهاية قبل كانتور 29

3-1-1- اللانهاية عند ارسطو 29

3-1-2- اللانهاية عند اقليدس 30

3-1-3- اللانهاية عند غاليلي 30

3-1-4- اللانهاية عند ليبينز 31

3-1-5- اللانهاية عند بولزانو 31

3-2- تقديم كانتور للانهاية 32

3-2-1- نتائج ايجابية 32

3-2-2- نتائج سلبية 34

3-2-3- المورث الأول: الأعداد الترتيبية 36

3-2-4- المورث الثاني: مشكل المستمر 36

3-3- اللانهاية بعد كانتور 41

دليل الرياضياتيين 44

خاتمة 51

مراجع 52

مقدمة

يُعتبر عالم الرياضيات عالمًا عميق الأغوار مُتشعِّب الفروع والتطبيقات فاجأنا ولازال بتطوره يوما بعد يوم وعامًا بعد عام. بالتعمق في خباياه نكتشف أن هناك عُلماء عمالقة كانوا وراء بنائه وتطوُّره تاركين بصمتهم فيه قافلةً تلوَ قافلة من أممٍ متعدّدة الأجناس. صادفنا بعضَهم خلال مشوارنا الدراسي فدرسنا نظريات ونتائج عُلماء ذكرهم التاريخ وخلّدت الرياضيات أسماءهم إلا أننا ولشساعة هذا الميدان، لم تسمح لنا الفرصة لمعرفتهم والغوص أكثر بحياتهم الشخصية والعلمية. صعوبة بعض المعارف الرياضيّاتية حالت بيننا وبين تعلّمها خلال سنوات الدراسة كإنشاء مجموعة الأعداد الحقيقية التي قُدِّمت لنا تقديما مبسّطًا وبديهيا الأمر الذي دفع فضولنا إلى البحث عن من كان وراء إنشائها وكيفية تناولها. استطعنا أن نصل إلى طُرق شتّى نستدرك بها ما فاتنا في مذكرة نثأر بها على أنفسنا من أنفسنا لنتدارك الكثير ممّا فاتنا، ونحن على أهُبّة التخرج استهوتنا طريقة جورج كانتور(Georg Cantor) وأردنا التعرف أكثر على ما قدّمه هذا العملاق الرياضيّاتي لنقوّي عُرى معارفنا ونستدرك مافاتنا سلاحًا لامثيل له إن علميا أو تعليميا.

" جنة كانتور" هي ما اختصر بها دافيد هيلبرت (David Hilbert) أعمال جورج كانتور الذي اهتمّ كثيرا بموضوع الأعداد، الموضوع الأكثر جوهريّة في الرياضيات، فطوّر نظرية المجموعات وقدم طريقة بناء متينة لمجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$. رغم أنّ فكرة وجودها كانت منذ إثبات فيثاغورس (Pythagore) أن $\sqrt{2}$ ليس ناطقا إلا أنها تأخرت حتى القرن التّاسع عشر وبسرعة أُدخلت هذه المجموعة في مجال التعليم. التلميذ في الثانوي يتعلم بمثال بسيط أن المعادلة $x^2 = 2$ لا تقبل حلا في $\mathbb{Q}$. وعليه، أصبح كل طالب يستخدم مجموعة هذه الأعداد وخواصها بطريقة طبيعية وبديهية. في الطور الأول من التعليم الجامعي نطّلع على الانجاز الثوري الذي يقدم كل عدد حقيقي نهاية لمتتالية وهي الميلاد الجديد لبناء مجموعة الأعداد الحقيقية.

كانتور واللّانهاية. إنّه أكبر الدارسين لها. أول من قدم لها تحليلا مفصلا. خلقت له قلاقل مع الكثيرين من العُلماء الذين عاصروه. استطاع أن يجعل من هذا المفهوم مفهوما عاديًّا مألوفا في الحقل الرياضياتي، شأنه شأن كل مصطلح يدرسُه الطالب ويستوعبه في الطور الثانوي وغيره من الأطوار، يستخدمه تدريجيا وسيلةً لدراسات أخرى. إنه من أبرز العلماء وأكثرهم عطاءًا. يعتبره التاريخ أصغر أستاذ جامعة حيّر بل دوّخ جمهور الرياضياتيين والفلاسفة عبر العصور. لم تكن إبداعاته وابتكاراته عن منأى حزازات وهجومات بعض من معاصريه يتزعَّمُهم ليبولد كرونيكر(Léopold Kronecker) الألماني، أثرت فيه أيّما تأثير. سبّبت له نوبات اكتئابية ونواغص صحية حتى وفاته. كان هذا الدافع والمحرّك الأساسي في توجّهنا إلى هذا الموضوع. نتعرف عن قرب على هذه الشخصية ونتغلغل في تفاصيل حياتها العلمية والخاصة علّنا نقتبس منها ما يُنير دربنا علميا وحياتيّا.

هيكلنا عملنا هذا وفق ثلاثة فصول:

قدمنا جوانب من السيرة الذاتية لجورج كانتور في الفصل الأول.

يتعرّض الفصل الثاني لأبرز الأعمال الرياضيّاتية التي قدمها وبرهنها كبناء مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ ومجموعة كانتور.

أما الفصل الثالث فقد خصّصْناه للتّكلم عن حكايته مع اللاّنهاية.

ضمنّا المذكرة بعد هذه الفصول الثلاثة لمحة عن العلماء المعاصرين لجورج كانتور والذين كان لهم دورٌ وأثرٌ بارزٌ في حياته. أتينا في نهاية مذكرتنا بخاتمة دوّنا فيها ما جنيناه من فائدة وما عانيناه في تحضيرها.