الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة– الجزائر
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux Kouba – Alger
Département de mathématique

الإنشاءات الهندسية بالمسطرة و المدور وتطبيقات لإنشاء الأعداد القابلة للإنشاء

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

من إعداد:

- **بن زهرة حنان**
- **سلامي نصيرة**
- **مصطفى شبرة حميدة**

تحت إشراف الأستاذ:

شطيطح محمد

السنة الجامعية: 2014 - 2015

دفعة جوان 2015.

مقدمة:

الإنشاء الهندسي ، أو الرسم بالمسطرة غير المدرجة و المدور ، من المواضيع المهمة في الهندسة المسطحة . من خلال هذه الطريقة يمكن حل الكثير من المسائل الهندسية، و تعيين طول كثير من المقادير الجبرية. ترتبط طريقة الرسم هذه بمبرهنات الهندسة الإقليدية ، حيث ظهرت هذه الطريقة مع ظهور الهندسة، و هي طريقة غير مباشرة لإثبات القضايا الهندسية . وجود بعض المسائل في طريقة الرسم بالمسطرة و المدور، أعطى أهمية لهذه الطريقة كمسألة تربيع الدائرة، تثليث الزاوية، و تضعيف المكعب. اقترنت طريقة الرسم بالمسطرة و المدور بهذه المسائل و كونت نوع من التحدي في البرهان الهندسي ،وكانت السبب وراء تطور الهندسة و ظهور مبرهنات متنوعة في الهندسة الإقليدية .

تناولنا في هذه المذكرة خمسة فصول حول الإنشاء الهندسي , حيث تطرقنا في الفصل الأول إلى بعض الإنشاءات الهندسية المنجزة بواسطة المسطرة و المدور و كذا المسائل الغير قابلة للإنشاء بالمسطرة و المدور ; كتثليث الزاوية , تربيع دائرة و تضعيف مكعب ... أما الفصل الثاني فيتحدث عن إنشاء الأعداد و هي جوهرة مذكرتنا فهناك أعداد يتم إنشاؤها بدقة بالمسطرة و المدور كالأعداد الصماء و الأعداد الناطقة ... بالإضافة إلى حديثنا عن عينة عن الأعداد التي لا يمكن إنشاؤها كالأعداد المتسامية مثلا , أما فيما يتعلق بالفصل الثالث فقد تناولنا فيه الإنشاءات التي تتم بالمدور فقط , أما الفصل الخامس فيتضمن بعض التطبيقات حول إنشاء الأعداد .

مدخل تاريخي :

تعريف الإنشاء الهندسي :

يعرف **A.Bouvier** الانشاء الهندسي بانه إنشاء يمكن إثباته بأدلة و براهين رياضية في مقابل الرسوم التي تعتمد أدوات مثل الكوس او المنقلة ...أو الإنشاءات المقربة ويعتمد في الانشاء الهندسي المسطرة (غير المدرجة) او المدور او احدهما فقط . فيا ترى لماذا المسطرة و المدور ؟

1. يعتبر المستقيم و الدائرة أبسط الأشكال الهندسية .
2. في القرن الرابع قبل الميلاد ساهم أفلاطون (423–348 ق.م) (Platon) من خلال مدرسته "الأكادمية المتخصصة في البحث و تدريس العلوم و الفلسفة على أن المسطرة و المدور هما الوسيلتان الأكثر دقة في الرسم ، كما استعملهما إقليدس خلال القرن 3 ق.م .
3. رغم العمل الذي قام به أقليدس في كتابه "الأصول " لاعطاء قاعدة قوية للهندسة إلا أن الدراسات التي أقيمت من بعده من طرف الرياضيين أكدت أن كل برهان يتبع بشكل هندسي واضح و بسيط تستعمل فيه وسائل بسيطة و معلومة لدى الجميع ألا و هي المسطرة و المدور ؛ يكون مقنعاً.
4. يمكن وضع فرضية أن المسطرة و المدورتمكننا من إنشاء الأعداد الجديدة التي استنتجت من نظرية فيثاغورث (حوالي 500 ق.م).

الإنشاءات الهندسية عبر تاريخ الرياضيات :

تعتبرالإنشاءات الهندسية احد المكونات الهامة في النشاط الرياضي فالإنشاءات و الأشكال الهندسية بشكل عام ، شكلت عبر تاريخ الرياضيات .

فترة ما قبل اليونان (ما بين 4000 و 2000 قبل الميلاد):

يعرف عن حضارات تلك الحقبة بأنها كانت تستعمل المساطر (جمع مسطرة)لقياس الطوال و المساحات و الأحجام , و كانت رسوماتها تشكل أشكالا هندسية طابعها المميز هو التناظر , كان البابليون و المصريون القدامى يهتمون بالمسائل ذات الطابع القياسي دون أن يولوا اهتماما لبرهان الدساتير المستعملة , و إنما يستثمرونها كوسائل حسابية فقط , فمثلا

استعمل البابليون دساتير مضبوطة لحساب مساحة مثلث و حجم موشور قائم و كانوا يعرفون المضلعات المنتظمة , و إمكانية رسمها داخل دائرة , أما المصريون فقد كانت لهم كذلك دساتير مضبوطة تتعلق بمساحة مثلث متساوي الساقين و شبه المنحرف و حجم جذع هرمي و كانوا يملكون تقريبا جيدا للعدد , ويبدو أن مفهومي التشابه و التناسب كانا معروفين .

الهندسة عند اليونانيين (ابتداءا من القرن 6 قبل الميلاد)

تعتبر الفترة اليونانية في تاريخ الرياضيات فترة متميزة ، عرفت خلالها المعرفة الرياضية قفزة نوعية على عدة مستويات :

- على مستوى الموضوع ، فقد مرت المعرفة الرياضية من معرفة وظيفية مرتبطة بسياق ما و لحل مسائل محددة في الحياة العامة كإعادة تحديد الأراضي بعد فيضان النيل أو في بناء المعابد و الأهرامات عند المصريين القدامى أو تحديد الأجرام السماوية و المواقيت عند البابليين ...إلى معرفة رياضية مستقلة الموضوع و بمكونات مجردة و وظائف متعددة: ثقافية و تربوية ...
- على مستوى المنهجية، فقبل هذه الفترة كان تناول المسائل الرياضية و توليد المعرفة الرياضية يتم من خلال منهجية استقرائية تعتمد على تعميم النتائج الملاحظة على بعض الحالات.

و لقد توصلوا الى مجموعة من النتائج الرياضية : كخاصية الدائرة المحيطة بمثلث قائم الزاوية أو تقايس زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الأضلاع أو مصاديق تقايس مثلثين . و تبقى مبرهنة فيثاغورث أهم هذه النتائج من حيث ما أفرزته من مفارقات (أزمة الأعداد اللاجذرية $\sqrt{2}$) انعكست على شتى أنواع المعرفة و ساهمت بشكل ايجابي في التطوير اللاحق للرياضيات .

وبعدما قدمنا لمحة بسيطة عن تطور الهندسة عبر العصور نود التركيز في مذكرتنا هذه على تقديم اهم النماذج و النظريات المتعلقة بالانشاءات الهندسية سيما تلك التي تتم بالمدور و المسطرة او احدهما فقط .