وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة

القبة القديمة-الجزائر

قسم الرياضيات

Ministère de l'enseignement supérieure et de la recherche scientifique

Département de mathématique

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

دراسة معادلات فريسة-مفترس لـ Volterra-Lotka

من إعداد:

- لعجال هدى
- قديفة أسماء

تحت إشراف :

الأستاذ بوسعدة مراد

لجنة المناقشة:

- الأستاذ بوودن كريم..... رئيسا
- الأستاذ ضراوي رياض..... ممتحنا
- الأستاذ بوسعدة مراد ..... مشرفا

السنة الجامعية: 2014-2015

الفهرس

مقدمة.....01

الفصل الأول

1 مفاهيم أولية

1-1 النمذجة الرياضية 03

1-2 حل مسألة تفاضلية 04

1-3 مسألة كوشي 05

تعريف تابع ليبشيتز.....06

تعريف تابع ليبشيتز محليا.....06

1-4 نظرية Cauchy Libschitz 07

1-5 الاستقرار 08

1-7-1 نقطة التوازن 08

1-7-2 الاستقرار المحلي البسيط والاستقرار بالتقارب 09

1-7-3 الاستقرار بالتقارب كليا.....09

1-6 التمديد.....10

تعريف حل الاعظمي.....10

1-9-1 نظرية الوجود المحلي لحل أعظمي.....10

1-9-2 نظرية الوجود والوحدانية لحل أعظمي.....10

1-7 الحل الدوري.....11

1-8 نظرية القيم المتوسطة.....11

1-9 القيمة الذاتية.....11

1-9-1 قيمة ذاتية لمصفوفة.....12

1-9-2 رتبة تضاعف قيمة ذاتية 13

1-10 نظرية الدوال الضمنية.....14

الفصل الثاني

2 معادلات الـ فريسة-مفترس

2-1 تقديم النموذج.....15

2-1-1 وصف المتغيرات 17

2-1-2 تركيب المعادلة 18

2-1-3 وصف الطور للنموذج 19

2-1-4 هدف الدراسة 22

2-2 مشكل الوجود.....23

2-2-1 تذكير بنتائج كلاسيكية.....23

2-2-1-1 الوجود المحلي.....23

2-2-1-2 الوجود الشامل 24

2-2-2 تطبيقات على النظام 25

2-3 السلوك بجوار نقطة التوازن 28

2-3-1 تذكير بنتائج كلاسيكية.....28

2-3-1-1 تعاريف 28

2-3-1-2 حالة الخطية.....29

2-3-1-3 تحويل النظام إلى نظام خطي.....30

2-3-1-4 نظرية ليابونوف.....31

2-3-2 تطبيقات على النظام 32

2-3-2-1 دراسة التوازن (0,0).....32

2-3-2-2 دراسة استقرار $\left(\frac{c}{d},\frac{a}{b}\right)$ 32

2-4 دراسة شاملة للحلول.....33

2-4-1 دورية الحلول 33

2-4-2 متوسط على دور.....37

2-4-3 حساب الدور.....38

الفصل الثالث

3 تقريب الحلول عدديا

3-1 تذكير بالطرق العددية 42

3-1-1 بناء الطرق الكلاسيكية 42

3-1-2 مفاهيم التماسك والاستقرار.....44

3-2 تطبيقات على نظام Volterra-Lotka 47

3-2-1 تصور الحلول العددية 47

3-2-2دراسة نظرية للبيانات في حالة الخطية.....48

3-2-3 الحفاظ على التكامل الأولي بالبيانات 49

3-3 حساب عددي للدور 52

خاتمة.....54

ملحق (استعمال برنامج scilab)

1 تقسيم المعادلات التفاضلية 55

2 إنشاء البيانات العددية 56

2-1 طرق تعتمد على الفروق المنتهية 56

2-2 طريقة المشتقات للتكامل العددي.....60

2-1-1 صيغة عامة لطرق عددية.....61

برنامج SCILAB.....63

مقدمة

إن البيئة تنتج مشاكل مثيرة للاهتمام والرياضيات توفر النماذج والطرق. لفهمها لهذا علم البيئة أنتج النماذج الرياضية الأكثر اثارة للاهتمام فقد درس ظروف وجود المواد العضوية وتفاعلها فيما بينها وتفاعلها مع البيئة.بصفة عامة النماذج الرياضية هي ادوات لفهم النظم الطبيعية وتوقع اتجاهاتها. والفريسة-مفترس هو ربما المجال الأكثر تقدما رياضيا بالنسبة لعلم البيئة.

وعلى الرغم من ان نظرية الفريسة-مفترس شهدت تقدما كبيرا في الاربعين سنة الاخيرة لا تزال العديد من المشاكل الرياضية والبيئية مفتوحة طويلا.

نموذج الـ فريسة-مفترس لـ $Volterra - Lotka$ هو أبسط نموذج للعلاقة فريسة-مفترس بين النوعين. قدم هذا النموذج لشرح التطور الدوري للنوعين.

وقد تم دراسة نماذج $Volterra - Lotka$ رياضيا منذ نشر معادلات $Volterra - Lotka$.

من مبادئ هذا النموذج حفظ الكتلة وحفظ تراكيب نسب تغييرات عمليتي الولادة والوفاة.

وبقيت هذه المبادىء سارية التى يومنا هذا وكثيرا من علماء البيئة النظريين التزموا بهذه المبادئ.

كل الاستجابات الوظيفية تعتمد فقط على وفرة الفريسة. ولكن سرعان ما أصبح واضحا ان وفرة المفترس تؤثر على الاستجابة.

لدراسة نظام الفريسة-مفترس لـ $Volterra - lotka$ قسمنا مذكرتنا الى ثلاثة فصول، حيث قدمنا في الفصل الأول بعض المفاهيم الأولية التي سنحتاجها في الفصلين الثاني والثالث. اما في الفصل الثاني فقد تناولنا معادلات الفريسة-مفترس حيث سنتطرق الى تقديم هذا النموذج

وذلك بوصف المتغيرات والمعادلات مع بعض الرسومات البيانية التوضيحية. كذلك نناقش بعض الحلول وسلوكها وندرس استقرارها وتوازنها.

لننتهي في الفصل الثالث بتقريب الحلول عدديا بالطرق العددية التي سنذكر بها كما قدمنا البيانات التي تحصلنا عليها باستعمال برنامج Scilab ثم نقدم تطبيقات على نظام Volterra-Lotka .

وفي الأخير نتمنى أن نفيد ولو بالقليل في هذا الموضوع.